دانشگاه یزد

طراحی سازه های فولادی ۱

مبحث سوم:

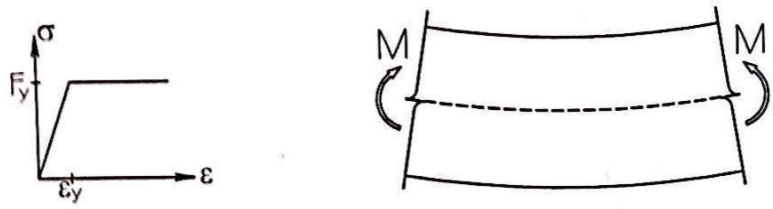
طراحی اعضای خمشی

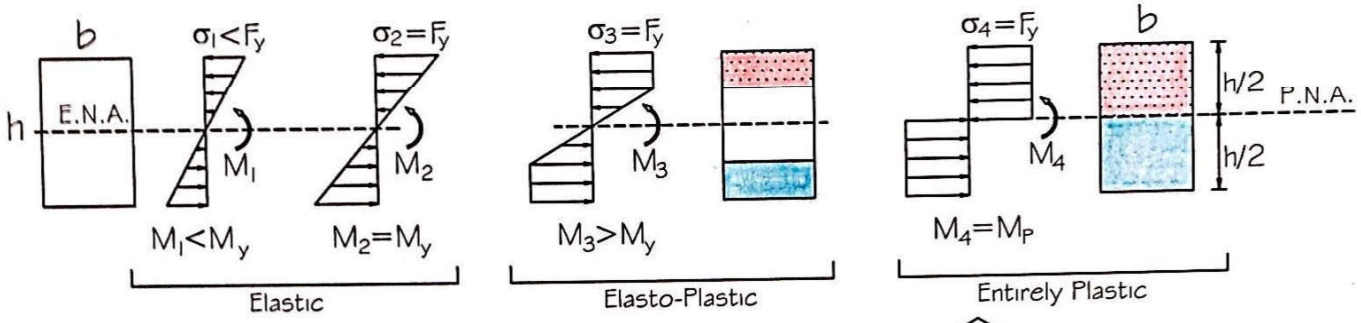
مدرس: دکتر محمدرضا میرجلیلی

نیمسال اول ۰۳-۱۴۰۲

توجه: این درسنامه برگرفته از جزوه جناب آقای دکتر رحیمی و کتاب طراحی سازه های فولادی (جلد ششم) دکتر ازهری و دکتر میرقادری می باشد. جهت رعایت حقوق ناشر و مولفان لازم است که دانشجویان محترم این کتاب را تهیه کنند. در غیر این صورت مجاز به چاپ و انتشار صفحات کتاب نمی باشند.

رفتار پلاستیک تیرها



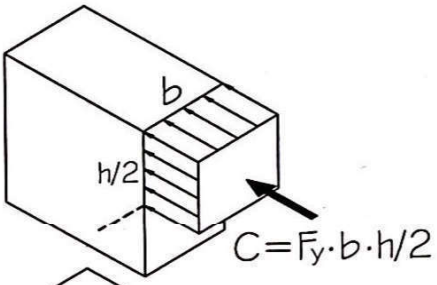


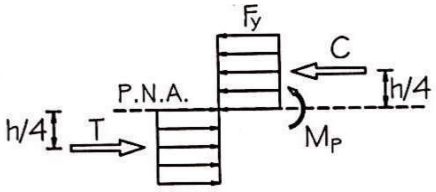
$$\sigma=\frac{M}{S}$$

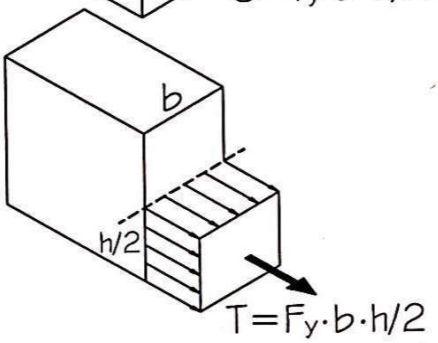
$$S=\frac{I}{h/2}=\frac{1}{6}bh^2 \quad \text{(Elastic Section Modules)}$$

$$\sigma_2=F_y=\frac{M_y}{S}$$

$$M_y=F_y\cdot S$$





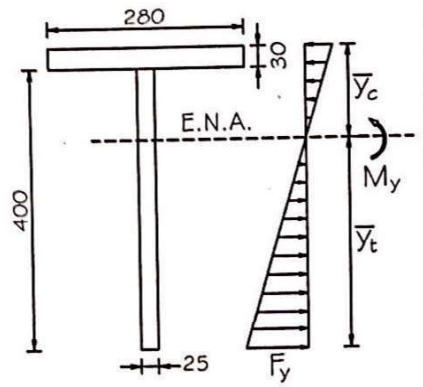


$$C=T=F_y\cdot b\cdot h/2$$

$$M_P=T\cdot h/4+C\cdot h/4=F_y\left(\frac{1}{4}bh^2\right)$$

$$M_P=F_y\cdot Z_P \qquad Z_P=\frac{1}{4}bh^2 \quad \text{(Plastic Section Modules)}$$

$$Z_P=1.5\,S \longrightarrow M_P=1.5\,M_y$$



$$\bar{y}_t=\frac{400\times25\times200+280\times30\times415}{(400\times25+280\times30)}$$

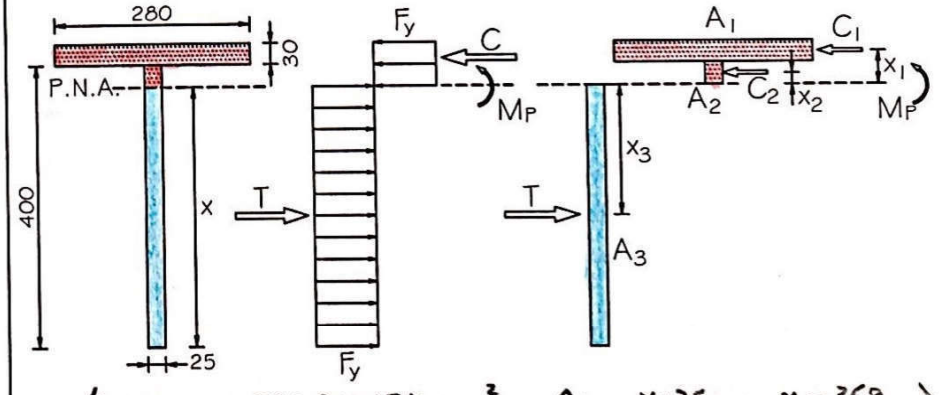
$\bar{y}_t=298.15\,mm \rightarrow \bar{y}_c=131.85$

$I=344,990,507\ mm^4$

$S_c=I/\bar{y}_c=2,616,538\ mm^3$ } Min

$S_t=I/\bar{y}_t=1,157,104\ mm^3$ }

$M_y=F_y\cdot S_{min}=F_y\times1,157,104$



$\Sigma A=400\times25+280\times30=18400\ mm^2$, $A/2=x\times25 \rightarrow x=368\ mm > \bar{y}_t$

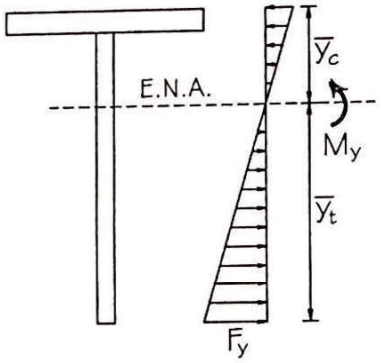
$x_3=\frac{x}{2}=184\ mm$, $2x_2=400-x=32 \rightarrow x_2=16\ mm$

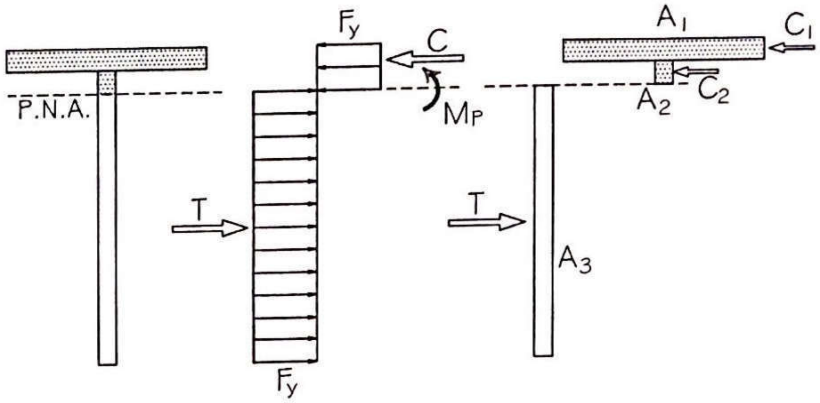
$x_1=2x_2+15=47\ mm$

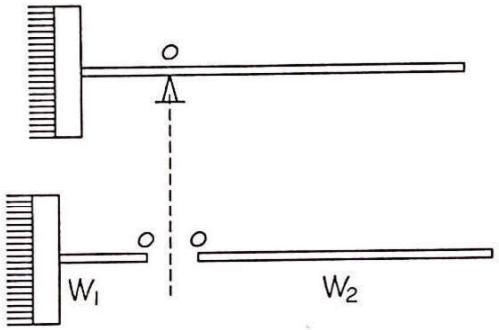
$Z_P=A_1\cdot x_1+A_2\cdot x_2+A_3\cdot x_3 \rightarrow Z_P=2,100,400 \rightarrow M_P=F_y\cdot Z_P$

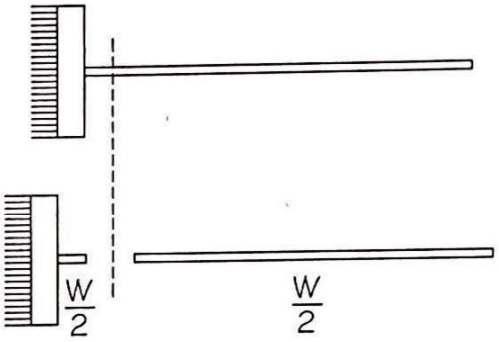
$$\frac{M_P}{M_y}=\frac{Z_P}{S_{min}}=1.815$$

Scanned with CamScanner



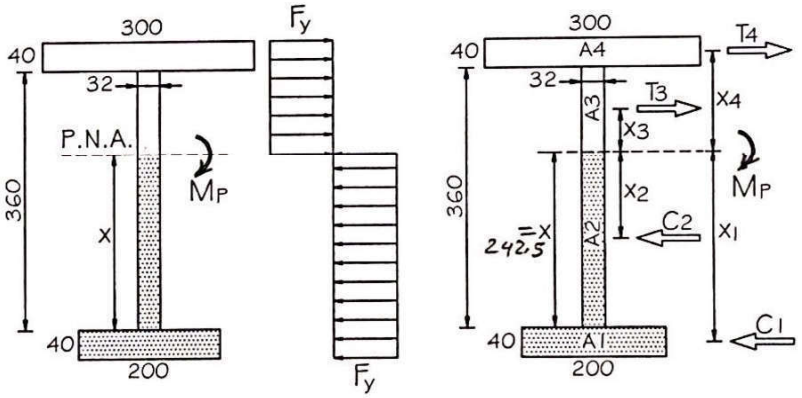






مثال :

محاسبهٔ مشخصات پلاستیک مقطع تیر



$F_y =$

$A_{total} = 300\times40 + 360\times32 + 200\times40 = 31520\ mm^2$

$\frac{1}{2}A_{total} = 15760 = 200\times40 + 32\times x \rightarrow x = 242.5\ mm$

$A_1 = 200\times40 = 8000\ mm^2$, $x_1 = x + 20 = 262.5\ mm$

$A_2 = 242.5\times32 = 7760$, $x_2 = x/2 = 121.25$

$A_3 = (360-242.5)\times32 = 3760$, $x_3 = (360-242.5)/2 = 58.75$

$A_4 = 300\times40 = 12000$, $x_4 = 117.5 + 20 = 137.5$

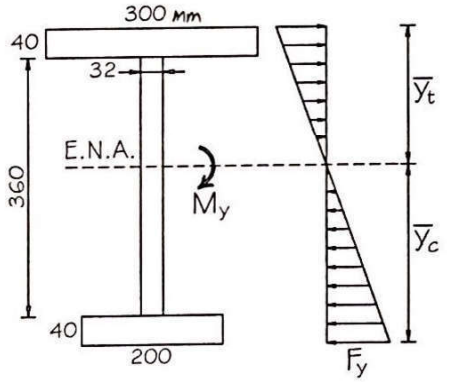
$C = T \rightarrow C_1 + C_2 = T_3 + T_4 \rightarrow F_y(A_1+A_2) = F_y(A_3+A_4)$

$M_P = C_1\cdot x_1 + C_2\cdot x_2 + T_3\cdot x_3 + T_4\cdot x_4 = F_y\{A_1\cdot x_1 + A_2\cdot x_2 + A_3 x_3 + A_4\cdot x_4\}$

$M_P = F_y\cdot Z_p$, $Z_p = A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_4x_4 = 4,911,800$

$M_P = 1154.3\ KN.m$, $\frac{M_P}{M_y} = \frac{Z_p}{S_{min}} = 1.33$

محاسبهٔ مشخصات الاستیک مقطع تیر



$\bar{y}_c = \frac{200\times40\times20 + 360\times32\times220 + 300\times40\times420}{(200\times40 + 360\times32 + 300\times40)}$

$\bar{y}_c = 245.4mm \rightarrow \bar{y}_t = 194.6$

$I_x = 906,778,110\ mm^4$

$S_{xc} = \frac{I_x}{\bar{y}_c} = 3,695,102\ mm^3$

$S_{xt} = \frac{I_x}{\bar{y}_t} = 4,659,703\ mm^3$

$S_{min} = S_{xc} = 3,695,102$

$M_y = F_y\cdot S_{min} \rightarrow$ $M_y = 868.3\ KN.m$

۱۰-۲-۲-۲-۲ طبقه بندی مقاطع فولادی از منظر کمانش موضعی برای خمش

برای خمش، مقاطع فولادی به سه گروه زیر طبقه‌بندی می‌شوند.

- مقاطع فشرده (Compact Sections) ⟸ C
- مقاطع غیر فشرده (Noncompact Sections) ⟸ NC
- مقاطع با اجزای لاغر (Slender Sections) ⟸ S

الف) مقاطع فشرده به مقاطعی گفته می‌شوند که در آنها اولاً بال‌ها به طور سرتاسری و پیوسته به جان یا جان‌ها متصل باشند، ثانیاً نسبت پهنا به ضخامت اجزای فشاری تشکیل دهندهٔ مقطع عضو از λ_p مشخص شده در جداول ۱۰-۲-۲-۳ و ۱۰-۲-۲-۴ تجاوز ننماید.

ب) مقاطع غیرفشرده به مقاطعی گفته می‌شوند که در آنها نسبت پهنا به ضخامت یک یا چند جزء فشاری از مقطع عضو از λ_p مشخص شده در جداول ۱۰-۲-۲-۳ و ۱۰-۲-۲-۴ تجاوز نموده ولی از λ_r مشخص شده در جداول ۱۰-۲-۲-۳ و ۱۰-۲-۲-۴ کوچکتر باشد.

پ) مقاطع با اجزای لاغر به مقاطعی گفته می‌شوند که در آنها نسبت پهنا به ضخامت حداقل یکی از اجزای فشاری تشکیل‌دهندهٔ مقطع عضو از λ_r مشخص شده در جداول ۱۰-۲-۲-۳ و ۱۰-۲-۲-۴ بزرگتر باشد.

تبصره: مطابق مقررات این مبحث، از به کار بردن مقاطع فولادی با اجزای فشاری لاغر در اعضایی که تحت تأثیر تنش فشاری ناشی از خمش قرار دارند، باید خودداری شود، مگر برای جان تیرورق‌ها که در این صورت الزامات بخش‌های ۱۰-۲-۵ و ۱۰-۲-۶ باید تأمین گردد.

اجزای تشکیل دهنده مقاطع فولادی
- اجزای تقویت نشده (سفت نشده) — Unstiffened Elements
- اجزای تقویت شده (سفت شده) — Stiffened Elements

اجزای تقویت نشده به اجزایی گفته می‌شوند که فقط در یک لبه در امتدادی به موازات نیروی فشاری نگهداری شده‌اند. *(یک لبه جزء آزاد و یک لبه آن پیوسته است)*

اجزای تقویت شده به اجزایی گفته می‌شوند که در هر دو لبه در امتدادی موازی با نیروی فشاری نگهداری شده‌اند. *(هر دو لبه آن پیوسته است)*

۱۰-۲-۲-۳ پهنای آزاد اجزای تقویت نشده

مطابق الزامات این بخش، اجزای تقویت نشده به اجزایی گفته می‌شوند که فقط در یک لبه در امتدادی به موازات نیروی فشاری نگهداری شده‌اند. پهنای آزاد چنین اجزایی باید به شرح زیر تعیین گردد.

الف) برای بال‌های نیمرخ‌های I و نیمرخ‌های سپری (T)، پهنای آزاد (b) برابر نصف پهنای کل بال (b_f) است.

ب) برای ساق‌های نیمرخ‌های نبشی(L) و بال های نیمرخ‌های ناودانی (U) و نیمرخ‌های Z شکل پهنای آزاد (b) معادل کل بُعد اسمی بال است.

برای ورق ها

پ) برای مقطع ساخته شده از ورق، پهنای آزاد (b) برابر فاصله بین لبهٔ آزاد تا اولین ردیف وسایل اتصال یا خط جوش است.

ت) برای تیغهٔ (جان) نیمرخ‌های سپری (T) پهنای آزاد (d) برابر ارتفاع کلی مقطع سپری است.

1a. Unstiffened Elements

For unstiffened elements supported along only one edge parallel to the direction of the compression force, the width shall be taken as follows:

(a) For flanges of I-shaped members and tees, the width, *b*, is one-half the full-flange width, b_f.

(b) For legs of angles and flanges of channels and zees, the width, *b*, is the full leg or flange width.

(c) For plates, the width, *b*, is the distance from the free edge to the first row of fasteners or line of welds.

(d) For stems of tees, *d* is the full depth of the section.

۱۰-۲-۲-۴ پهنای آزاد اجزای تقویت شده

مطابق الزامات این بخش، اجزای تقویت شده به اجزایی گفته می‌شوند که در هر دو لبه در امتدادی موازی با نیروی فشاری نگهداری شده‌اند. پهنای آزاد چنین اجزایی باید به شرح زیر تعیین گردد.

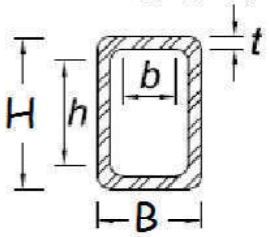
الف) برای جان مقاطع نوردشده یا شکل داده شده، h عبارت است از فاصله بین نقاط شروع گردی ریشهٔ اتصال جان به بال.

ب) برای جان مقاطع ساخته شده از ورق، h عبارت است از فاصلهٔ بین نزدیکترین دو خط وسایل اتصال و چنانچه از جوش استفاده شده باشد، h برابر فاصلهٔ خالص بین دو بال است. برای مقاطع با بال‌های نامساوی، h_c عبارت است از دو برابر فاصلهٔ تار خنثای الاستیک تا نزدیکترین ردیف وسایل اتصال در سمت بال فشاری و چنانچه از جوش استفاده شده باشد، عبارت است از دو برابر فاصلهٔ تار خنثای الاستیک تا رویهٔ داخلی بال فشاری. همچنین برای مقاطعی با بال‌های نامساوی h_p عبارت است از دو برابر فاصلهٔ تار خنثای پلاستیک تا نزدیکترین ردیف وسایل اتصال درسمت بال فشاری و چنانچه از جوش استفاده شده باشد، عبارت است از دو برابر فاصلهٔ تار خنثای پلاستیک تا رویهٔ داخلی بال فشاری.

پ) برای مقاطع جعبه‌ای ساخته شده از ورق، پهنای b و h عبارت از فاصله بین دو خط وسایل اتصال یا دو خط جوش است.

ت) برای ورق‌های پوششی (تقویتی) در بال تیرها و ورق‌های دیافراگم در مقاطع ساخته شده از ورق، پهنای b عبارت است از فاصلهٔ بین دو خط وسایل اتصال یا دو خط جوش است.

ث) برای بال‌های مقاطع توخالی مستطیلی شکل (HSS)، پهنای b عبارت است از فاصلهٔ آزاد بین جان‌ها منهای شعاع گوشه داخلی در هر طرف. برای جان‌های مقاطع توخالی مستطیل شکل (HSS)، h عبارت است از فاصلهٔ آزاد بین بال‌ها منهای شعاع گوشه داخلی در هر طرف. چنانچه شعاع گوشه‌ها معلوم نباشد، مقادیر b و h را می‌توان معادل بعد متناظر خارجی منهای سه برابر ضخامت در نظر گرفت.

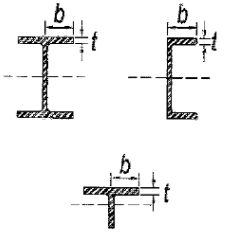
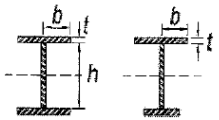
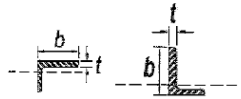
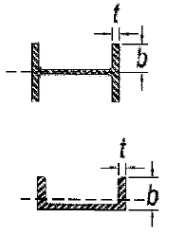


h=H-3t

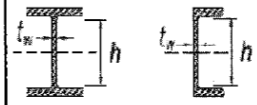
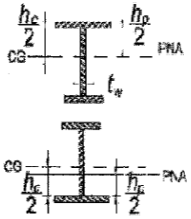
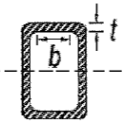
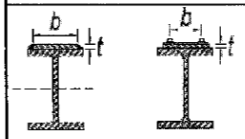
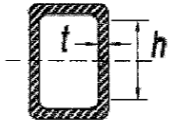
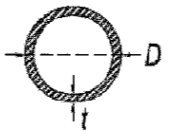
b=B-3t

ج) برای مقاطع توخالی دایره‌ای شکل، D عبارت است از قطر خارجی مقطع دایره‌ای

جدول ۱۰-۲-۲-۳ نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت نشده در اعضای تحت اثر خمش

حالت	شرح اجزا	نسبت پهنا به ضخامت	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت		مثال‌های نمونه
			λ_p (غیرفشرده/ فشرده)	λ_r (لاغر/ غیرفشرده)	
۱۰	بال‌های مقاطع I شکل نورد شده، ناودانی‌ها و سپری‌ها	b/t	$۰/۳۸\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$۱/۰\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۱	بال‌های مقاطع I شکل ساخته شده از ورق با یک یا دو محور تقارن	b/t	$۰/۳۸\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$۰/۹۵\sqrt{\frac{K_c E}{F_L}}$ [b], [c]	
۱۲	ساق‌های نبشی‌های تک	b/t	$۰/۵۴\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$۰/۹۱\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۳	بال‌های کلیه مقاطع I شکل و ناودانی تحت اثر خمش حول محور ضعیف	b/t	$۰/۳۸\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$۱/۰\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۴	تیغه (جان) مقاطع سپری	d/t	$۰/۸۴\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$۱/۰۳\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

جدول ۱۰-۲-۲-۴ نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت شده در اعضای تحت اثر خمش

حالت	شرح اجزا	نسبت پهنا به ضخامت	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت		مثال‌های نمونه
			λ_p (غیرفشرده/ فشرده)	λ_r (لاغر/ غیرفشرده)	
۱۵	جان مقاطع I شکل با دو محور تقارن و جان مقاطع ناودانی	h/t_w	$۳/۷۶\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$۵/۷۰\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۶	جان مقاطع I شکل با یک محور تقارن	h_c/t_w	$\frac{\frac{h_c}{h_p}\sqrt{\frac{E}{F_y}}}{(۰/۵۷\frac{M_p}{M_y}-۰/۰۹)^۲} \le \lambda_r$ [d]	$۵/۷۰\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۷	بال‌های مقاطع توخالی مستطیلی شکل (HSS) و جعبه‌ای با ضخامت یکنواخت	b/t	$۱/۱۲\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$۱/۴۰\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۸	ورق‌های پوششی و ورق‌های دیافراگم در حد فاصل خطوط جوش یا پیچ	b/t	$۱/۱۲\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$۱/۴۰\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۱۹	جان‌های مقاطع توخالی مستطیل شکل (HSS) و جعبه‌ای	h/t	$۲/۴۲\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$۵/۷۰\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۲۰	مقاطع توخالی دایره‌ای شکل	D/t	$۰/۳۱\frac{E}{F_y}$	$۰/۰۷\frac{E}{F_y}$	

یادداشت‌ها:

[a]

E = مدول الاستیسیته فولاد

F_y = تنش تسلیم فولاد

[b] مقدار K_c از رابطهٔ زیر تعیین می‌گردد.

$$۰/۳۵ \leq K_c = \frac{۴}{\sqrt{\frac{h}{t_w}}} \leq ۰/۷۶$$

[c] برای خمش حول محور قوی در مقاطع I شکل ساخته شده از ورق با جان فشرده و غیرفشرده مقدار F_L از رابطهٔ زیر تعیین می‌گردد.

- برای $\frac{S_{xt}}{S_{xc}} \geq ۰/۷$ $\quad F_L = ۰/۷F_y$
- برای $\frac{S_{xt}}{S_{xc}} < ۰/۷$ $\quad F_L = \frac{S_{xt}}{S_{xc}}F_y \geq ۰/۵F_y$

که در آن:

S_{xt} = اساس مقطع الاستیک نسبت به بال کششی

S_{xc} = اساس مقطع الاستیک نسبت به بال فشاری

[d]

M_y = لنگر تسلیم دورترین تار

M_p = لنگر خمشی پلاستیک

TABLE B4.1b
Width-to-Thickness Ratios: Compression Elements Members Subject to Flexure

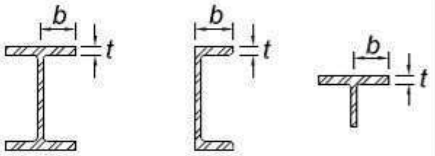
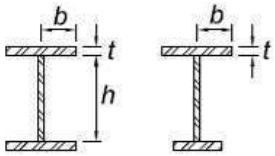
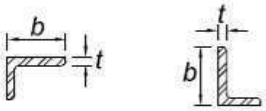
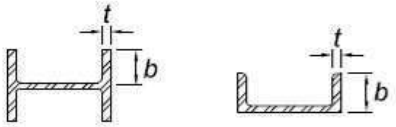
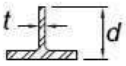
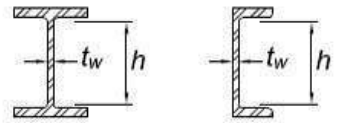
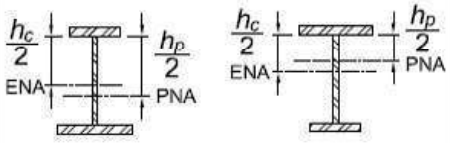
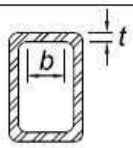
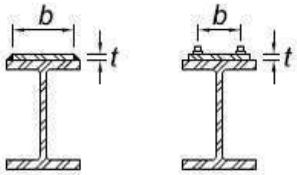
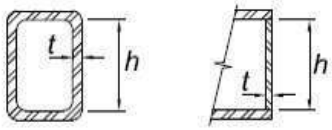
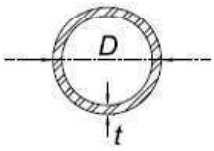
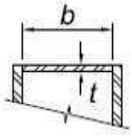
	Case	Description of Element	Width-to-Thickness Ratio	Limiting Width-to-Thickness Ratio		Examples
				λ_p (compact/ noncompact)	λ_r (noncompact/ slender)	
Unstiffened Elements	10	Flanges of rolled I-shaped sections, channels, and tees	b/t	$0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.0\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	11	Flanges of doubly and singly symmetric I-shaped built-up sections	b/t	$0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0.95\sqrt{\frac{k_c E}{F_L}}$ [a] [b]	
	12	Legs of single angles	b/t	$0.54\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$0.91\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	13	Flanges of all I-shaped sections and channels in flexure about the minor axis	b/t	$0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.0\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	14	Stems of tees	d/t	$0.84\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.52\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

TABLE B4.1b (continued)
Width-to-Thickness Ratios: Compression Elements Members Subject to Flexure

	Case	Description of Element	Width-to-Thickness Ratio	Limiting Width-to-Thickness Ratio λ_p (compact/noncompact)	Limiting Width-to-Thickness Ratio λ_r (noncompact/slender)	Examples
Stiffened Elements	15	Webs of doubly symmetric I-shaped sections and channels	h/t_w	$3.76\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$5.70\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	16	Webs of singly symmetric I-shaped sections	h_c/t_w	$\frac{\frac{h_c}{h_p}\sqrt{\frac{E}{F_y}}}{\left(0.54\frac{M_p}{M_y}-0.09\right)^2} \le \lambda_r$ [c]	$5.70\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	17	Flanges of rectangular HSS	b/t	$1.12\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.40\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	18	Flange cover plates and diaphragm plates between lines of fasteners or welds	b/t	$1.12\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.40\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	19	Webs of rectangular HSS and box sections	h/t	$2.42\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$5.70\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	20	Round HSS	D/t	$0.07\frac{E}{F_y}$	$0.31\frac{E}{F_y}$	
	21	Flanges of box sections	b/t	$1.12\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.49\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

[a] $k_c = 4/\sqrt{h/t_w}$, shall not be taken less than 0.35 nor greater than 0.76 for calculation purposes.

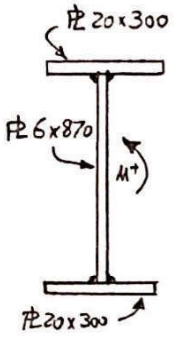
[b] $F_L = 0.7F_y$ for slender web I-shaped members and major-axis bending of compact and noncompact web built-up I-shaped members with $S_{xt}/S_{xc} \ge 0.7$; $F_L = F_yS_{xt}/S_{xc} \ge 0.5F_y$ for major-axis bending of compact and noncompact web built-up I-shaped members with $S_{xt}/S_{xc} < 0.7$, where S_{xc}, S_{xt} = elastic section modulus referred to compression and tension flanges, respectively, in.^{3} (mm^3).

[c] M_y is the moment at yielding of the extreme fiber. $M_p = F_yZ_x$, plastic bending moment, kip-in. (N-mm), where Z_x = plastic section modulus taken about x-axis, in.^{3} (mm^3).

E = modulus of elasticity of steel = 29,000 ksi (200 000 MPa)
F_y = specified minimum yield stress, ksi (MPa)
ENA = elastic neutral axis
PNA = plastic neutral axis

طراحی اعضای خمشی (تیرها) - طبقه بندی مقاطع از نظر کمانش موضعی

- در همهٔ مثالهای زیر $F_y = 235\ MPa$ و $E = 200\ GPa$ فرض میشود.



مثال ۱ اتصال بال به جان سلیس است.

الف) کنترل بال فشاری:

$$\lambda_f = \frac{b}{t} = \frac{bf/2}{tf} = \frac{150}{20} = 7.5$$

$$\lambda_{pf} = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 11.1 \quad , \quad \lambda_{rf} = 0.95\sqrt{\frac{K_c \cdot E}{F_L}}$$

سطر ۱۰ جدول (۱۰-۲-۳-۲)

$$K_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = \frac{4}{\sqrt{870/6}} = 0.33 \begin{cases} \not\geq 0.35 \rightarrow K_c = 0.35 \\ \leq 0.76 \end{cases}$$

$$\lambda_{rf} = 19.6$$

مقطع I با دو محور تقارن $\rightarrow S_{xt} = S_{xc} \rightarrow \frac{S_{xt}}{S_{xc}} = 1.0 \geq 0.7 \rightarrow F_L = 0.7 F_y$

$\lambda_f = 7.5 < \lambda_{pf} = 11.1 \rightarrow$ بال فشاری فشرده (C) است

ب) کنترل جان:

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} = \frac{870}{6} = 145$$

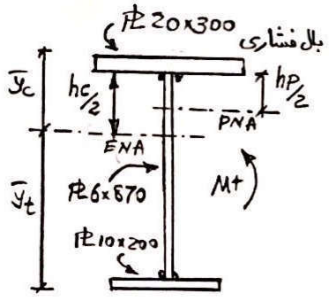
$$\lambda_{pw} = 3.76\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 109.7 \quad , \quad \lambda_{rw} = 5.70\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 166.3$$

سطر ۱۵ جدول (۱۰-۲-۲-۳)

$$\lambda_w = 145 \begin{cases} \not\leq \lambda_{pw} = 109.7 \\ \leq \lambda_{rw} = 166.3 \end{cases} \rightarrow \text{جان نیز فشرده (Nc) است}$$

نتیجه: مقطع تیر Nc است.

مثال ۲ اتصال بال به جان سلیس است.



- تعیین خواص الاستیک مقطع:

$$\bar{y}_t = 580.4\ mm \quad , \quad \bar{y}_c = 319.6\ mm$$

$$\frac{h_c}{2} = \bar{y}_c - 20 = 299.6\ mm \rightarrow h_c = 599.2\ mm$$

$$I_x = 16.6245 \times 10^8\ mm^4$$

$$S_{xt} = \frac{I_x}{\bar{y}_t} = 2864.3 \times 10^3\ mm^3 \quad , \quad S_{xc} = \frac{I_x}{\bar{y}_c} = 5201.7 \times 10^3\ mm^3$$

اولین تسلیم کششی بالک ری در دورترین تار اتفاق میافتد $\leftarrow S_{min} = Min\{S_{xt}, S_{xc}\} \leftarrow M_y = F_y \cdot S_{min}$

لنگر تسلیم $M_y = 235 \times 2864.3 \times 10^3 \rightarrow \boxed{M_y = 673.1\ KN.m}$

- تعیین خواص پلاستیک مقطع:

کل $A = 300\times20 + 870\times6 + 200\times10 = 13220\ mm^2$

P.N.A تعیین $\rightarrow 300\times20 + \frac{h_p}{2}\times6 = A/2 = 6610\ mm^2 \rightarrow \frac{h_p}{2} = 101.67\ mm \rightarrow h_p = 203.33\ mm$

$$Z_x = 300\times20(111.67) + 6\times\frac{101.67^2}{2} + 6\times\frac{768.33^2}{2} + 200\times10\times(773.33) \rightarrow Z_x = 4018.68\times10^3\ mm^3$$

لنگر پلاستیک $M_p = F_y \cdot Z_x \rightarrow \boxed{M_p = 944.4\ KN.m}$

الف) کنترل بال فشاری: (سطر ۱۰ جدول)

$$\lambda_f = \frac{bf/2}{tf} = 7.5 \quad , \quad \lambda_{pf} = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 11.1$$

$$\frac{S_{xt}}{S_{xc}} = \frac{\bar{y}_c}{\bar{y}_t} = 0.55 < 0.7 \rightarrow F_L = \frac{S_{xt}}{S_{xc}} F_y \geq 0.5 F_y \Rightarrow F_L = 0.55 F_y$$

مثل مثال بالا $K_c = 0.35$

$$\lambda_{rf} = 0.95\sqrt{\frac{K_c E}{F_L}} = 23.2$$

$\lambda_f = 7.5 \leq \lambda_{pf} = 11.1 \Rightarrow$ بال فشرده است

ب) کنترل جان - (سطر ۱۶ جدول)

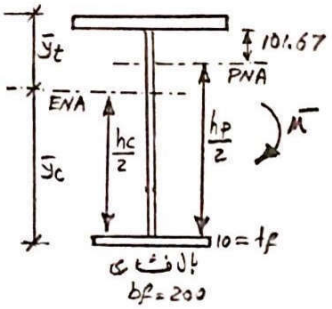
$\lambda_w = \frac{h_c}{t_w} = \frac{599.2}{6} = 99.9$ ، $\lambda_{rw} = 5.70\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 166.3$

$\lambda_{pw} = \frac{h_c/h_p\sqrt{\frac{E}{F_y}}}{(0.54\frac{M_p}{M_y} - 0.09)^2} \leq \lambda_{rw} \rightarrow \lambda_{pw} = 190.9 \not\leq \lambda_{rw} = 166.3 \rightarrow \lambda_{pw} = \lambda_{rw} = 166.3$

$\lambda_w = 99.9 \leq \lambda_{pw} = 166.3 \rightarrow$ جان فشرده است.

نتیجه : مقطع تیر فشرده (C) است.

مثال ۳ مشابه مثال قبل ولی تحت اثر لنگر منفی.



باتوجه به نتایج مثال قبل داریم : $\bar{y}_c = 580.4$ ، $\bar{y}_t = 319.6$ mm

$\frac{h_c}{2} = \bar{y}_c - 10 = 570.4$ mm $\rightarrow h_c = 1140.8$ mm

$S_{xt} = 5201.7 \times 10^3$ mm^3 ، $S_{xc} = 2864.3 \times 10^3$ mm^3 ، $M_y = 673.1$ KN.m

$\frac{h_p}{2} = 870 - 101.67 = 768.33$ mm $\rightarrow h_p = 1536.66$ mm

$M_p = 944.4$ KN.m

الف) کنترل بال فشاری (سطر ۱۰ جدول)

$\lambda_f = \frac{b_f/2}{t_f} = \frac{100}{10} = 10$ ، $\lambda_{pf} = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 11.1$

$\frac{S_{xt}}{S_{xc}} = \frac{\bar{y}_c}{\bar{y}_t} = 1.82 \geq 0.7 \rightarrow F_L = 0.7F_y$ ، $K_c = 0.35$ (مثال قبل) $\rightarrow \lambda_{rf} = 0.95\sqrt{\frac{K_c E}{F_L}} = 19.6$

$\lambda_f = 10 \leq \lambda_{pf} = 11.1 \rightarrow$ بال فشرده است.

ب) کنترل جان (سطر ۱۶ جدول)

$\lambda_w = \frac{h_c}{t_w} = \frac{1140.8}{6} = 190.1$ ، $\lambda_{rw} = 5.70\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 166.3$

$\lambda_{pw} = \frac{\frac{h_c}{h_p}\sqrt{\frac{E}{F_y}}}{(0.54\frac{M_p}{M_y} - 0.09)^2} \leq \lambda_{rw} \rightarrow \lambda_{pw} = 47.9 \leq \lambda_{rw} = 166.3 \rightarrow \lambda_{pw} = 47.9$

$\lambda_w = 190.1 \geq \lambda_{rw} = 166.3 \rightarrow$ جان لاغر است.

نتیجه : مقطع تیر لاغر (S) است.

مثال ۴ برای تعیین M_n تیرهای مثالهای بالا به کدام بند مبحث ۱۰ باید رجوع شود؟

با توجه به جدول (۱۰-۲-۵-۱)

مثال ۱) مقطع I با دو محور تقارن و خمش حول محور قوی - بال (C) و جان (NC) ← بند ۱۰-۲-۵-۴

مثال ۲) مقطع I با یک محور تقارن - خمش حول محور قوی - بال (C) و جان (C) ← بند ۱۰-۲-۵-۴

مثال ۳) " " " " " - بال (C) و جان (S) ← بند ۱۰-۲-۵-۵

طراحی تیرها (اعضای خمشی)

۱) حالات حدی مقاومت (شکلهای متفاوت خرابی)
- (۱-۱) مقاومت خمشی — $M_u \le \phi_b . M_n$
- (۱-۲) مقاومت برشی — $V_u \le \phi_v . V_n$
- ⋮

۲) حالات حدی بهره برداری
- (۲-۱) کنترل تغییر شکل (خیز) — $\Delta \le \Delta_a$ یعنی
- (۲-۲) کنترل ارتعاش (لرزش) — $f \le 5\ Hz$

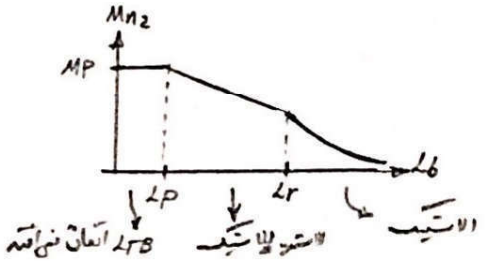
۱-۱) مقاومت خمشی تیر : $M_u \le \phi_b . M_n$ لنگر خمشی نهایی (ضریبدار) یا نیاز مقاومت خمشی

مقاومت خمشی اسمی ← ضریب کاهش مقاومت خمشی 0.9

تعیین M_n : شکل های خرابی تیر در خمش به صورتهای زیر است و کوچکترین M_n مبنای طراحی است :

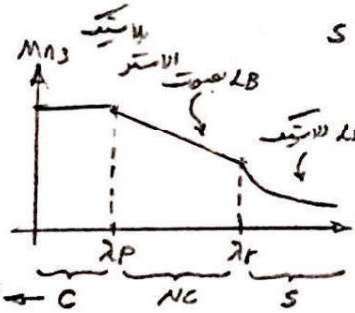
الف) تسلیم ← (حالت حدی تسلیم) ← $M_{n1} = M_p = F_y . Z$

ب) کمانش پیچشی جانبی LTB ← M_{n2}
- کمانش LTB بصورت الاستیک
- کمانش LTB ~ الاستو پلاستیک



پ) کمانش موضعی (LB) اجزای تشکیل دهنده مقطع ← M_{n3}

طبقه بندی مقاطع فولادی از نظر کمانش موضعی برای خمش
- فشرده C
- غیرفشرده NC
- لاغر S



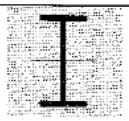
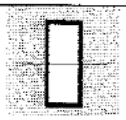
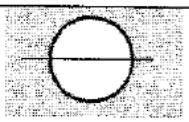
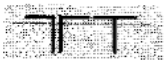
با توجه به وضعیت لاغری اجزای تشکیل دهنده مقطع تیر و مراجعه به جدول (۱۰-۲-۵-۱) حالات حدی حاکم برای تعیین مقاومت خمشی تیر مشخص می شود.

مثلاً
- بال λ_F
- جان λ_W

در حالت کلی : $M_n = Min \begin{cases} M_{n1} = M_p \\ M_{n2} \leftarrow LTB \\ M_{n3} \leftarrow LB \text{ کمانش موضعی} \end{cases}$

برای یک تیر ممکن است همه حالتهای حدی مطرح باشد و نیاز به کنترل و تعیین M_n مربوط به آن باشد ، اما در بعضی موارد ممکن است چند حالت نیاز به بررسی نداشته باشد . جدول (۱-۱-۲-۵-۱) تعیین تکلیف می کند .

جدول ۱۰-۲-۵-۱ انتخاب بند مربوط به تعیین مقاومت خمشی اسمی

بند مربوطه	مقطع	لاغری بال	لاغری جان	حالت حدی
۱۰-۲-۵-۲		C	C	Y, LTB
۱۰-۲-۵-۳		NC	C	LTB, FLB
۱۰-۲-۵-۴		C, NC	C, NC	Y, LTB, FLB, TFY
۱۰-۲-۵-۵		C, NC	S	Y, LTB, FLB, TFY
۱۰-۲-۵-۶		C, NC	N/A	Y, FLB
۱۰-۲-۵-۷		C, NC	C, NC	Y, FLB, WLB
۱۰-۲-۵-۸		N/A	N/A	Y, LB
۱۰-۲-۵-۹		C, NC	N/A	Y, LTB, FLB
۱۰-۲-۵-۱۰		N/A	N/A	Y, LTB, LLB
۱۰-۲-۵-۱۱		N/A	N/A	Y, LTB
۱۰-۲-۵-۱۲	مقاطع نامتقارن به غیر از نبش تک	N/A	N/A	کلیهٔ حالت‌های حدی

Y = تسلیم

LTB = کمانش پیچشی– جانبی

FLB = کمانش موضعی بال

WLB = کمانش موضعی جان

TFY = تسلیم کششی بال

LLB = کمانش موضعی ساق

LB = کمانش موضعی

C = فشرده

NC = غیرفشرده

S = لاغر

N/A = کاربرد ندارد.

مقاومت خمشی بر اساس حالت حدی تسلیم (Y)

$M_n=M_p=F_yZ_x$

مقاومت خمشی بر اساس حالت حدی کمانش پیچشی–جانبی (LTB)

حالت اول ($L_b \le L_P$) :

$$M_n = M_p = F_y Z_x$$

حالت دوم ($L_P \le L_b \le L_r$) :

$$M_n = C_b\left[M_p - (M_p - 0.7F_yS_x)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \le M_p$$

حالت سوم ($L_b \ge L_r$) :

$$M_n = F_{cr}S_x \le M_p$$

$$F_{cr} = \frac{C_b\pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2}\sqrt{1+0.078\frac{Jc}{S_xh_o}\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \longrightarrow F_{cr} \approx \frac{C_b\pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2}$$

$$L_p = ۱/۷۶\, r_y\sqrt{\frac{E}{F_y}} \qquad (۶-۵-۲-۱۰)$$

$$L_r = ۱/۹۵ r_{ts}\frac{E}{۰/۷F_y}\sqrt{\frac{Jc}{S_xh_o}+\sqrt{\left(\frac{Jc}{S_xh_o}\right)^2+۶/۷۶\left(\frac{۰/۷F_y}{E}\right)^2}} \qquad (۷-۵-۲-۱۰)$$

J = ثابت پیچشی مقطع تیر Torsion Constant h_0 = فاصله مرکز تا مرکز بالها

S_x = مدول مقطع الاستیک نسبت به محور قوی x

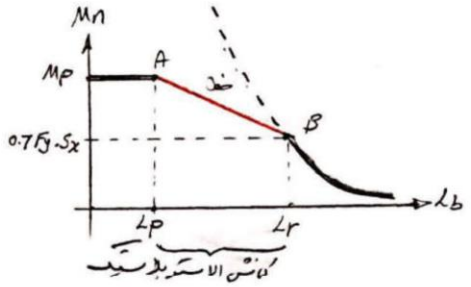
برای مقطع I با دو محور تقارن : $c = 1$ و برای مقطع ناودانی : $c = \frac{h_o}{2}\sqrt{\frac{I_y}{C_w}}$

C_W = ثابت تابیدگی مقطع تیر Warping Constant برای مقطع ناودانی به جدول مراجعه شود و
برای مقطع I با دو محور تقارن مقدار آن برابر است با: $C_W = I_y h_0^2/4$

r_{ts} = شعاع ژیراسیون موثر طبق رابطه روبرو: $r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_yC_w}}{S_x}$

برای مقطع I با دو محور تقارن با توجه به مقدار C_W نتیجه میشود: $r_{ts}^2 = {I_y\, h_0}/{2S_x}$.

برای این مقطع میتوان بصورت تقریبی r_{ts} را برابر شعاع ژیراسیون مقطعی شامل بال فشاری و
یک ششم جان نسبت به محور y درنظر گرفت: $r_{ts} = \frac{b_f}{\sqrt{12\left(1+\frac{ht_w}{6b_ft_f}\right)}}$



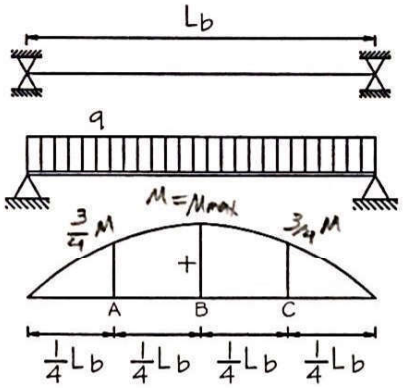
در طراحی الاستوپلاستیک آئین نامه AISC رابطه ۱۰
یک رابطه خطی پیشنهاد کرده، این خط تابع از دو نقطه
A { Lp, Mp } B { Lr, 0.7Fy Sx } عبور دارد :

$$M_n = M_P - (M_P - 0.7F_y\cdot S_x)\left(\frac{L_b - L_P}{L_r - L_P}\right)$$

مثالهای مربوط به C_b

مثال ۱. تیر با مقطع سمتار تحت بار گسترده یکنواخت

$R_m = 1.0$ ← I



$$M_{max} = \frac{qL_b^2}{8} = M$$

$$M_A = \frac{3}{4}M$$

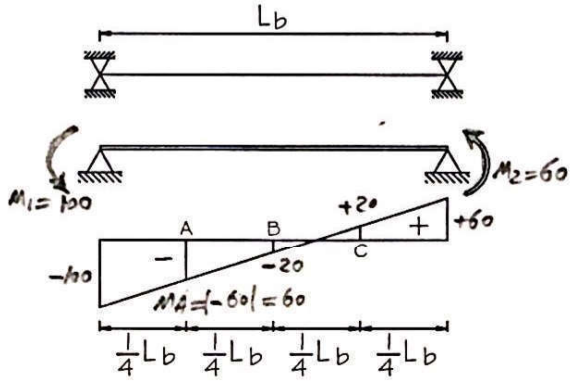
$$M_B = M$$

$$M_C = \frac{3}{4}M$$

$$C_b = \frac{12.5 \times M}{2.5M + 3\times\frac{3}{4}M + 4M + 3\times\frac{3}{4}M} \Rightarrow C_b = 1.121$$

مثال ۲. تیر با مقطع سمتار با بارگذاری نشان داده شده

$R_m = 1.0$ I



$M_{max} = 100$

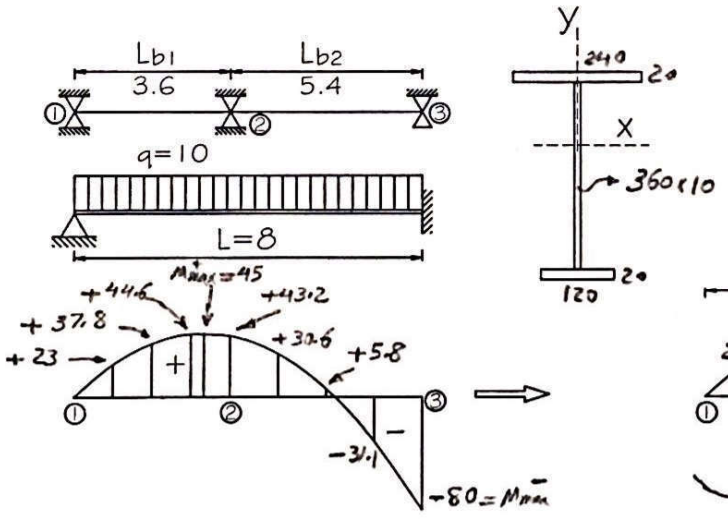
$M_A = 60$

$M_B = 20$

$M_C = 20$

$$C_b = \frac{12.5 \times 100}{2.5\times100 + 3\times60 + 4\times20 + 3\times20} = 2.19$$

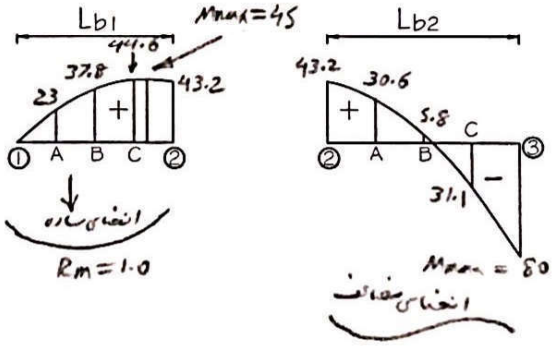
مثال ۳. مقطع ناپیک مورد نظر



$$I_{yTOP} = \frac{1}{12}\times20\times240^3 = 2304\times10^4\ mm^4$$

$$I_y = \frac{1}{12}\times20\times240^3 + \frac{1}{12}\times20\times120^3 + \frac{1}{12}\times360\times10^3$$

$$I_y = 2595\times10^4$$



$$R_m = 0.5 + 2\left(\frac{I_{yTOP}}{I_y}\right)^2$$

$$R_m = 2.08$$

$$C_b = \frac{12.5\times80}{2.5\times80 + 3\times30.6 + 4\times5.8 + 3\times31.1}\times2.08 = 5.09$$

$C_b = 5.09 \not\leq 3.0$

$\rightarrow$ $C_b = 3.0$

$$C_b = \frac{12.5\times45}{2.5\times45 + 3\times23 + 4\times37.8 + 3\times44.8}$$

$C_b = 1.2$

مقاومت خمشی بر اساس حالت حدی کمانش موضعی تحت خمش (LB)

۱۰-۲-۲-۲-۲ طبقه بندی مقاطع فولادی از منظر کمانش موضعی برای خمش

برای خمش، مقاطع فولادی به سه گروه زیر طبقه‌بندی می‌شوند.

- مقاطع فشرده (Compact Sections) ⟸ C
- مقاطع غیر فشرده (Noncompact Sections) ⟸ NC
- مقاطع با اجزای لاغر (Slender Sections) ⟸ S

الف) مقاطع فشرده به مقاطعی گفته می‌شوند که در آنها اولاً بال‌ها به طور سرتاسری و پیوسته به جان یا جان‌ها متصل باشند، ثانیاً نسبت پهنا به ضخامت اجزای فشاری تشکیل دهندهٔ مقطع عضو از λ_p مشخص شده در جداول ۱۰-۲-۲-۳ و ۱۰-۲-۲-۴ تجاوز ننماید.

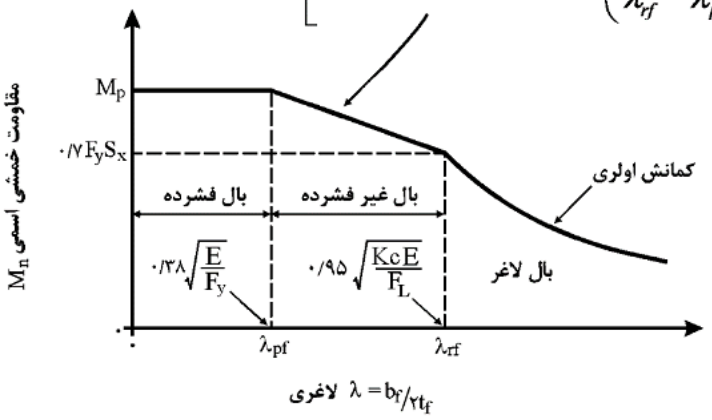
ب) مقاطع غیرفشرده به مقاطعی گفته می‌شوند که در آنها نسبت پهنا به ضخامت یک یا چند جزء فشاری از مقطع عضو از λ_p مشخص شده در جداول ۱۰-۲-۲-۳ و ۱۰-۲-۲-۴ تجاوز نموده ولی از λ_r مشخص شده در جداول ۱۰-۲-۲-۳ و ۱۰-۲-۲-۴ کوچکتر باشد.

پ) مقاطع با اجزای لاغر به مقاطعی گفته می‌شوند که در آنها نسبت پهنا به ضخامت حداقل یکی از اجزای فشاری تشکیل‌دهندهٔ مقطع عضو از λ_r مشخص شده در جداول ۱۰-۲-۲-۳ و ۱۰-۲-۲-۴ بزرگتر باشد.

تبصره: مطابق مقررات این مبحث، از به کار بردن مقاطع فولادی با اجزای فشاری لاغر در اعضایی که تحت تأثیر تنش فشاری ناشی از خمش قرار دارند، باید خودداری شود، مگر برای جان تیرورق‌ها که در این صورت الزامات بخش‌های ۱۰-۲-۵ و ۱۰-۲-۶ باید تأمین گردد.

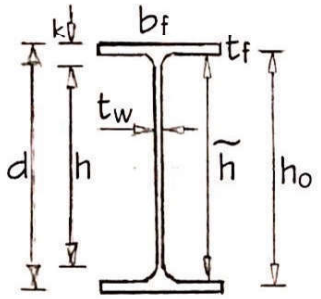
بسته به اینکه لاغری بال و جان در محدوده مقطع فشرده یا غیرفشرده باشد، مقاومت خمشی اسمی با توجه به رابطه و شکل زیر به دست می آید:

$$M_n = \left[M_p - \left(M_p - 0.7 F_y S_x \right) \left(\frac{\lambda - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right) \right]$$



مثال - ۱

برای مقطع IPE-270 فشردگی مقطع را کنترل کنید و مقدار L_P و L_r را بدست آورید. ($S\text{-}235\ ,\ F_y = 235\ MPa$)



$d = 270\ mm \quad b_f = 135\ mm \quad t_f = 10.2\ mm \quad t_w = 6.6\ mm$

$k = 25.2\ mm \qquad h = d - 2k = 219.6\ mm$

$h_0 = d - t_f = 259.8\ mm \qquad \tilde{h} = d - 2t_f = 249.6\ mm$

$S_x = 429 \times 10^3\ mm^3 \quad Z_x = 489 \times 10^3\ mm^3$

$I_y = 420 \times 10^4\ mm^4 \quad r_y = 30.2\ mm \qquad E = 200\ GPa$

کنترل بال:

$$\lambda_f = \frac{b_f/2}{t_f} = 6.62 \le \lambda_p = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 11.1 \rightarrow \text{بال فشرده است}$$

کنترل جان:

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} = 33.3 \le \lambda_p = 3.76\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 109.7 \rightarrow \text{جان فشرده است}$$

با توجه به اتصال سراسری بال به جان وفشرده بودن بال و جان ، مقطع فشرده است.

تعیین L_P :

$$L_p = 1.76\, r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1551\ mm$$

تعیین L_r :

$$L_r = 1.95\, r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_0} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_0}\right)^2 + 6.76\left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}}$$

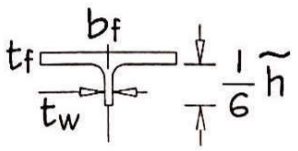
$$r_{ts}^2 = \frac{I_y h_0}{2S_x} = 1272\ mm^2 \quad \rightarrow \quad r_{ts} = 35.7\ mm$$

$$r_{ts} \approx \frac{b_f}{\sqrt{12\left(1 + \tilde{h}t_w/6b_f t_f\right)}} = 35.6\ mm$$

برای خودآزمایی:

$$r_{ts} \approx \frac{b_f}{\sqrt{12}} \approx 0.3 b_f = 40.5\ mm$$

$$r_{ts} \approx 1.2 r_y = 36.2\ mm$$



$$J = \frac{1}{3}\sum bt^3 = \frac{1}{3}\left(2b_f t_f^3 + \tilde{h}t_w^3\right) = 11.94 \times 10^4\ mm^4$$

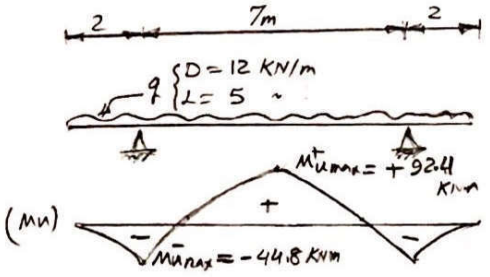
برای مقطع I با دو محور تقارن: $c = 1$

$$L_r = 4891\ mm$$

4981

LRFD
سفت ۱۰
۹۲
revised 95

مثال ۲. تیر شکل‌روبرو از شیخ IPE-270 با فولاد S-235 (F_y=235 MPa) مفروض است.



فرض میشود فاصله تکیه‌گاههای جانبی L_b = 1.0m باشد.

تیر را برای خمش کنترل کنید.

گام ۱) تحلیل و ترکیب بارگذاری: $1.4D \rightarrow q_u = 16.8$

$1.2D+1.6L \rightarrow q_u = 22.4$ ← بیشترین M_u

مطابق شکل روبرو

گام ۲) کنترل سایط مقطع: با توجه به مثال ۱ ← مقطع فشرده است.

گام ۳) تعیین نوع رفتار مقطع: مقطع I با دو محور تقارن + فشرده ← جدول ۱۰-۲-۵-۱ ص ۱۰-۵-۲-۲ ← بند ۱۰-۲-۵-۱ ص ۱۰-۵-۲-۲

گام ۴) تعیین L_p و L_r: از مثال ۱: $L_p = 1551_{mm}$ ، $L_r = 4981_{mm}$

گام ۵) مقایسه L_b با L_p و L_r: برای همه پاره تیرها $L_b = 1000_{mm} < L_p$ ← بنابراین حالت حدی تسلیم برای همه پاره تیرها تعیین کننده است ← اگر صداکثر لنگر در کل تیر کنترل شود کافی است.

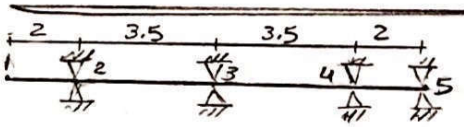
گام ۶) محاسبه M_n:

$$M_n = M_p = F_y \cdot Z_x = 235 \times 489 \times 10^{3} = 114.9 \text{ KN.m}$$

گام ۷) کنترل:

$$M_{u\,max} = +92.4 \text{ KN.m} \le \phi_b \times M_n = 0.9 \times 114.9 = 103.4 \text{ KN.m} \quad \text{O.K.}$$

مثال ۳. در مثال قبل اگر وضعیت تکیه‌گاههای جانبی بصورت زیر باشد، تیر را مجددا برای خمش کنترل کنید.



الف) کنترل پاره تیر $\overline{12}$: برای این پاره تیر

$L_b = 2000_{mm}$ { $> L_p = 1151$ mm, $\le L_r = 4981$ } ←

$$M_n = C_b\left[M_p - (M_p - 0.7F_y \cdot S_x)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \le M_p = 114.9 \text{ KN.m}$$

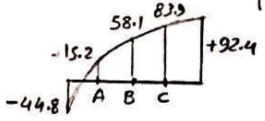
(114.9 KN.m ↑ ، 70.6 KN.m ↓)

$M_n = 105.1$ KN.m ←

$C_b = 1$ ← چون پاره تیر $\overline{12}$ کنسول است و انتهای آزاد آن مهار نشده است

صداکثر لنگر در طول پاره تیر $\overline{12}$ $M_u = 44.8 \text{ KN.m} \le \phi_b \times M_n = 0.9 \times 105.1 = 94.6$ O.K.

ب) کنترل پاره تیر $\overline{23}$: $L_b = 3500_{mm}$ { $> L_p$, $< L_r$ } ← $M_n = C_b\left[M_p - (M_p - 0.7F_y \cdot S_x)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \le M_p$



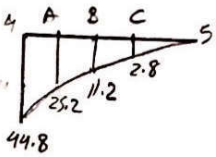
$$C_b = \frac{12.5 \times 92.4}{2.5 \times 92.4 + 3 \times 15.2 + 4 \times 58.1 + 3 \times 83.9} = 1.52$$

$$M_n = 1.52\left[114.9 - (114.9 - 70.6)\left(\frac{3500 - 1151}{4981 - 1151}\right)\right] = 133.3 \not\le M_p = 114.9 \Rightarrow M_n = M_p = 114.9 \text{ KN.m}$$

صداکثر لنگر در طول پاره تیر $\overline{23}$ $M_u = 92.4 \le \phi_b \times M_n = 0.9 \times 114.9 = 103.4$ KN.m O.K.

ب) کنترل پاره تیر $\overline{45}$: $L_b = 2000$ { $> L_p$, $< L_r$ } ← $M_n = C_b\left[M_p - (M_p - 0.7F_y \cdot S_x)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \le M_p$

هرچند پاره تیر $\overline{45}$ مانند پاره تیر $\overline{12}$ یک کنسول است اما چون انتهای آزاد آن مهار نشده باید C_b را محاسبه نمود:

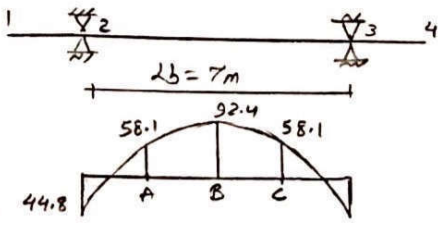


$C_b = 2.32$ ← $M_n = 243.8 \not\le M_p = 114.9$ ← $M_n = M_p = 114.9$ KN.m

صداکثر لنگر در طول پاره تیر $\overline{45}$ $M_u = 44.8 \le \phi_b \times M_n = 94.6$ O.K.

نتیجه: با توجه به اینکه همه پاره تیرها مساوی است ← تیر از نظر خمشی مناسب است.

مثال ۴: اگر در مثال ۲ تیر فقط در محل تکیه‌گاه‌ها دارای تکیه‌گاه جانبی باشد. مسئله را مجدداً حل کنید.



الف) پاره‌تیر $\overline{12}$ و $\overline{34}$ مشابه پاره‌تیر $\overline{12}$ مثال ۳.

ب) پاره‌تیر $\overline{23}$

$L_b = 7000_{mm} > L_r = 4981$

$\rightarrow M_n = F_{cr} \cdot S_x \leq M_p$ حالت حدی کمانش LTB الاستیک

$C_b = 1.22$

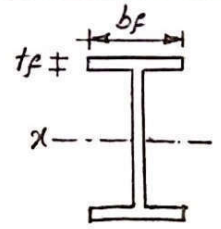
$$F_{cr} = \frac{C_b \cdot \pi^2 E}{\left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \frac{J \cdot c}{S_x \cdot h_o} \left(\frac{L_b}{r_{ts}}\right)^2}$$

با توجه به مثال ۱ $\longrightarrow$ $F_{cr} = 128.6 \text{ MPa}$

$M_n = F_{cr} \cdot S_x = 55.2 \text{ KN.m} \leq M_p = 114.9$

$\overline{23}$ مقاومت لنگر در طول پاره‌تیر $M_u = 92.4 \not\leq \phi_b \cdot M_n = 0.9 \times 55.2 = 49.7$ N.G.

تعیین M_n برای مقطع I شکل با دو محور تقارن با بال‌های غیرفشرده NC و جان C حول محور قوی. (بند ۱۰-۲-۵-۳)



بال: $\lambda_f = \frac{b_f/2}{t_f}$

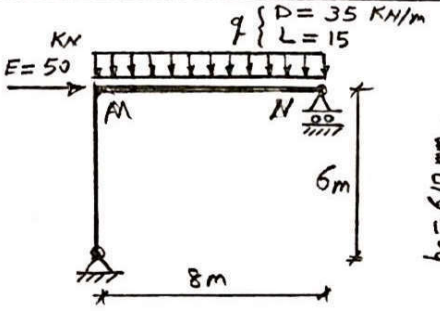
$\lambda_{pf} = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ و $\lambda_{rf} = \begin{cases} 1.0\sqrt{\frac{E}{F_y}} & \text{مقطع نورد شده} \\ 0.95\sqrt{\frac{K_c E}{F_L}} & \text{مقطع ساخته شده} \end{cases}$ (جدول ۱۰-۲-۲-۳)

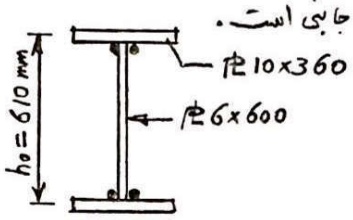
$$M_n = \begin{cases} M_{n1} & \text{- حالت حدی LTB (مشابه حالت ۱۰-۲-۵-۲) ←} \\ M_{n2} = M_p - (M_p - 0.7F_y S_x)\left(\frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}}\right) & \text{- حالت حدی کمانش موضعی بال ←} \end{cases}$$

شال. تیر MN از قاب روبرو را برای ترکیب بار $1.2D+L-1.0E$ کنترل کنید.

این تیر فقط در نقاط M و N دارای تکیه‌گاه جانبی است.

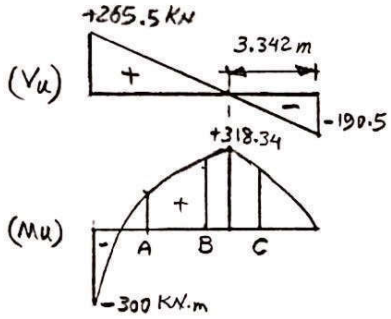
فولاد مصرفی با $F_y = 235$ MPa .





گام ۱) بارگذاری، تحلیل، ترکیب بار

برای ترکیب بار $1.2D+L-1.0E$ دیاگرام برش و لنگر مطابق شکل:



$M_A = +117$ KN.m ، $M_B = +306$ ، $M_C = +267$ ، $M_{max} = +318.34$

$$C_b = \frac{12.5 M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \Rightarrow C_b = 1.254$$

گام ۲) تعیین ضریب یکنواختی گشتاور (ضریب اصلاح کمانش پیچشی - جانبی)

گام ۳) تعیین نوع مقطع تیر.

بال

$\lambda_f = \frac{b_f/2}{t_f} = 18$

جدول ۱۰-۲-۲-۳ ردیف ۱۱ → $\lambda_{pf} = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 11.1$ ، $\lambda_{rf} = 0.95\sqrt{\frac{K_c \cdot E}{F_L}} = 20.95$

بال‌ها متقارن → $\frac{S_{xt}}{S_{xc}} = 1.0 > 0.7 \Rightarrow F_L = 0.7F_y$

$\frac{h}{t_w} = \frac{600}{6} = 100 \rightarrow K_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = 0.4$ $\begin{cases} \geq 0.35 \\ \leq 0.76 \end{cases}$

با توجه به اینکه $\lambda_{rf} \geq \lambda_f > \lambda_{pf}$ بنابراین: بال غیرفشرده (NC) است.

جان

$\lambda_w = \frac{h}{t_w} = 100$

جدول ۱۰-۲-۲-۲ ردیف ۱۵ → $\lambda_{pw} = 3.76\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 109.7$ ، $\lambda_{rw} = \dots$ → جان فشرده (C)

گام ۴) مراجعه به جدول ۱۰-۲-۵-۱ جهت ۱۰ و انتخاب بند مربوط به نوع مقطع.

مقطع I شکل با دو محور تقارن
خمش حول محور قوی
بال NC
جان C

→ بند ۱۰-۲-۵-۳ → حالات حدی → کمانش پیچشی جانبی → M_{n1} (L.T.B)
→ کمانش موضعی بال فشاری → M_{n2} (F.L.B)

↓

(صفحات ۲۲، ۲۷ مبحث ۱۰)

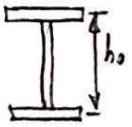
گام ۴) تعیین M_n با توجه به حالت حدی حاکم.

- تعیین مشخصات هندسی مقطع :

$A = 10800\ mm^2$ ، $I_x = 77784E4\ mm^4$ ، $S_x = 2509E3\ mm^3$

$I_y = 7777E4\ mm^4$ ، $r_y = 84.86\ mm$ ، $Z_x = 2736E3\ mm^3$

$J = 28.32E4\ mm^4$



$r_{ts}^2 = \frac{I_y \cdot h_o}{2S_x} \Rightarrow r_{ts} = 97.2\ mm$ ، $h_o = 610\ mm$

← الف) تعیین M_{n1} مربوط به حالت حدی LTB

$L_p = 1.76\, r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4357\ mm$

$L_r = 1.95\, r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{J.c}{S_x.h_o} + \sqrt{\left(\frac{J.c}{S_x.h_o}\right)^2 + 6.76\left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}} = 111,27\ mm$

$L_b = 8m \begin{cases} > L_p \\ < L_r \end{cases} \rightarrow$ حالت دوم بند ۱۰-۲-۵-۲ $\rightarrow$ $M_{n1} = C_b\left[M_p - (M_p - 0.7F_y.S_x)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \le M_p$

$M_p = F_y.Z_x = 643\ KN.m$

$M_{n1} = 650.9 \not\le M_p = 643 \Rightarrow$ $\boxed{M_{n1} = M_p = 643\ KN.m}$

← ب) تعیین M_{n2} مربوط به حالت حدی FLB

$M_{n2} = M_p - (M_p - 0.7F_y.S_x)\left(\frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}}\right) \Rightarrow$ $\boxed{M_{n2} = 481.7\ KN.m}$

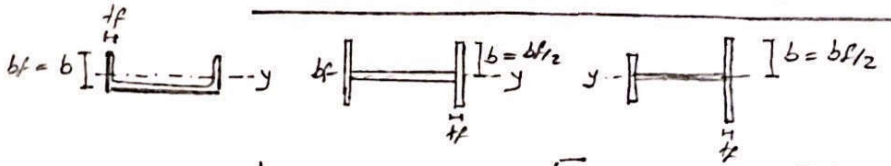
$M_n = Min\{M_{n1}, M_{n2}\} \rightarrow$ $\boxed{M_n = 481.7\ KN.m}$

گام ۵) کنترل

$M_{umax} = 318.34\ KN.m \le \phi_b.M_n = 0.9M_n = 433.5$ O.K.

تمرین : مثال بالا را برای ترکیب بارهای $1.2D+1.6L$ و $1.2D+L+E$ حل کنید.

تعیین M_n برای مقطع I شکل دوبادافی حول محور ضعیف (بند ۱۰-۲-۵-۶ - مبحث ۱۰ - ۱۳۹۲)



جدول ۱۰-۲-۲-۳ - بند ۱۳ :

$\lambda_f = \frac{b}{t_f}$ ، لاغری بال $\quad \lambda_{pf} = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ ، $\lambda_{rf} = 1.0\sqrt{\frac{E}{F_y}}$

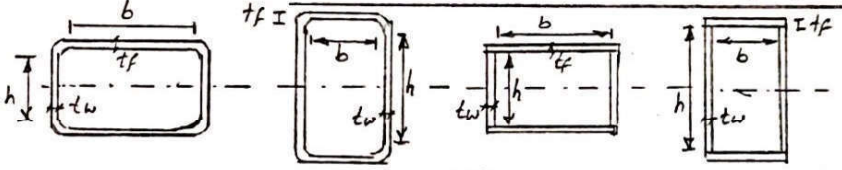
حالت اول : اگر بال فشرده باشد ($\lambda_f \le \lambda_{pf}$) : حالت حدی تسلیم تعیین کننده است : $M_n = M_p = F_y . Z_y \le 1.6 F_y . S_y$

حالت دوم : اگر بال غیرفشرده باشد ($\lambda_{pf} < \lambda_f \le \lambda_{rf}$) :

$$M_n = \text{Min} \begin{cases} M_{n1} = M_p = F_y . Z_y \le 1.6 F_y . S_y & \text{حالت حدی تسلیم} \\ M_{n2} = M_p - (M_p - 0.7 F_y . S_y)\left(\frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}}\right) & \text{حالت حدی کمانش موضعی بال} \end{cases}$$

نکته : S_y عبارتست از اساس مقطع پلاستیک حول محور y ، برای مقطع ناودانی عدد اساس مقطع نامبرده برابر است با :

تعیین M_n برای مقطع قوطی شکل حول محور قوی یا ضعیف (بند ۱۰-۲-۵-۷ - مبحث ۱۰ - ۱۳۹۲) - مشابه



b = پهنای بال طابق ۱۰-۲-۲-۴

h = پهنای جان طابق ۱۰-۲-۲-۴

- بند ۱۷ جدول ۱۰-۲-۲-۴)
- بند ۱۹ جدول ۱۰-۲-۲-۴)

بال : $\lambda_f = \frac{b}{t_f}$ ، $\lambda_{pf} = 1.12\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ ، $\lambda_{rf} = 1.41\sqrt{\frac{E}{F_y}}$

جان : $\lambda_w = \frac{h}{t_w}$ ، $\lambda_{pw} = 2.42\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ ، $\lambda_{rw} = 5.70\sqrt{\frac{E}{F_y}}$

حالت اول : اگر بال و جان هردو فشرده باشند : $\lambda_f \le \lambda_{pf}$ ، $\lambda_w \le \lambda_{pw}$ ← حالت حدی تسلیم $\quad M_n = M_{n1}$

حالت دوم : اگر { بال غیرفشرده باشد $\lambda_{pf} < \lambda_f \le \lambda_{rf}$ ، جان فشرده باشد $\lambda_w \le \lambda_{pw}$ } ←

$$M_n = \text{Min} \begin{cases} M_{n1} & \text{حالت حدی تسلیم} \\ M_{n2} & \text{حالت حدی کمانش موضعی بال} \end{cases}$$

حالت سوم : اگر { بال فشرده باشد $\lambda_f \le \lambda_{pf}$ ، جان غیرفشرده باشد $\lambda_{pw} < \lambda_w \le \lambda_{rw}$ } ←

$$M_n = \text{Min} \begin{cases} M_{n1} & \text{حالت حدی تسلیم} \\ M_{n3} & \text{حالت حدی کمانش موضعی جان} \end{cases}$$

حالت چهارم : اگر { بال غیرفشرده باشد $\lambda_{pf} < \lambda_f \le \lambda_{rf}$ ، جان غیرفشرده باشد $\lambda_{pw} < \lambda_w \le \lambda_{rw}$ } ←

$$M_n = \text{Min} \begin{cases} M_{n1} & \text{حالت حدی تسلیم} \\ M_{n2} & \text{حالت حدی کمانش موضعی بال} \\ M_{n3} & \text{حالت حدی کمانش موضعی جان} \end{cases}$$

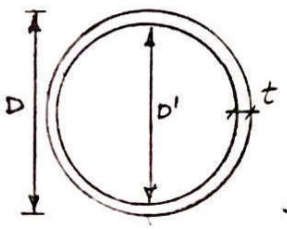
$M_{n1} = M_p = F_y . Z$ ، $Z =$ اساس مقطع پلاستیک حول محور خنثی

$M_{n2} = M_p - (M_p - F_y . S)\left[3.57 \frac{b}{t_f}\sqrt{\frac{F_y}{E}} - 4.0\right]$ ⟶ $M_{n2} = M_p - (M_p - F_y . S)\left(\frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}}\right)$

$M_{n3} = M_p - (M_p - F_y . S)\left[0.305 \frac{h}{t_w}\sqrt{\frac{F_y}{E}} - 0.738\right]$ ⟶ $M_{n3} = M_p - (M_p - F_y . S)\left(\frac{\lambda_w - \lambda_{pw}}{\lambda_{rw} - \lambda_{pw}}\right)$

$S =$ اساس مقطع پلاستیک حول محور خنثی .

تعیین M_n برای مقطع لوله‌ای شکل (بند ۱۰-۲-۵-۸ - مبحث ۱۰- ۱۳۹۲)



ضخامت $= t$ ، قطر داخلی $D' = D - 2t$ ، قطر خارجی D

اساس مقطع پلاستیک $Z = \frac{D^3 - D'^3}{6}$ ، اساس مقطع الاستیک $S = \frac{\pi(D^4 - D'^4)}{32D}$

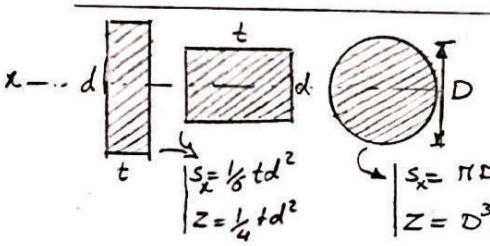
بند ۲۰ جدول ۱۰-۲-۲-۴ : $\lambda_p = 0.07\frac{E}{F_y}$ ، $\lambda_r = 0.31\frac{E}{F_y}$ ، نسبت قطر به ضخامت $\lambda = \frac{D}{t}$

حالت اول : اگر مقطع فشرده باشد : $\lambda \le \lambda_p$ ← حالت حدی تسلیم $M_n = M_{n1} = M_p = F_y \cdot Z$

حالت دوم : اگر مقطع غیرفشرده باشد : $\lambda_p < \lambda \le \lambda_r$ ←

$$M_n = M_{in} \begin{cases} M_{n1} = M_p = F_y \cdot Z & \text{حالت حدی تسلیم} \\ M_{n2} = \left(\frac{0.021E}{\lambda} + F_y\right) S & \text{حالت حدی کمانش موضعی} \end{cases}$$

تعیین M_n برای مقطع توپر دایره‌ای و چهارگوش (بند ۱۰-۲-۵-۱۰ - مبحث ۱۰-۱۳۹۲)



۱) برای ○ و ▭ ← حالت حدی تسلیم تعیین کننده است ← $M_n = M_p < F_y \cdot Z \le 1.6\, M_y$

که $M_y = F_y \cdot S_x$ نگذرنیم

۲) برای ▯ (محور x)

الف) اگر $\frac{L_b \cdot d}{t^2} \le \frac{0.08E}{F_y}$ ← حالت حدی تسلیم $M_n = M_{n1} = M_p = F_y \cdot Z \le 1.6\, M_y$

ب) اگر $\frac{0.08E}{F_y} < \frac{L_b \cdot d}{t^2} \le \frac{1.9E}{F_y}$ ←

$$M_n = M_{in} \begin{cases} M_{n1} = M_p = F_y \cdot Z \le 1.6\, M_y & \text{حالت حدی تسلیم} \\ M_{n2} = C_b\left[1.52 - 0.274\left(\frac{L_b \cdot d}{t^2}\right)\frac{F_y}{E}\right] M_y \le M_p & \text{حالت حدی LTB (کمانش جانبی)} \end{cases}$$

ج) اگر $\frac{L_b \cdot d}{t^2} > \frac{1.9E}{F_y}$ ←

$$M_n = M_{in} \begin{cases} M_{n1} = M_p = F_y \cdot Z \le 1.6\, F_y & \text{حالت حدی تسلیم} \\ M_{n3} = F_{cr} \cdot S_x \le M_p & \text{حالت حدی LTB (کمانش جانبی)} \end{cases}$$

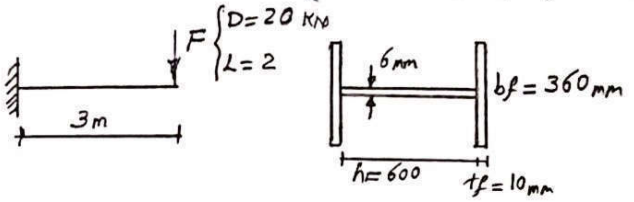
$$F_{cr} = \frac{1.9E \cdot C_b}{\left(\frac{L_b \cdot d}{t^2}\right)}$$

مطابق مبحث ۱۰ مقدار C_b (که از رابطه $C_b = \frac{12.5 M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$ محاسبه می‌شود) نباید بیشتر از 1.5 گرفته شود

AISC این محدودیت را ندارد.

۱- مثال مربوط به مقطع I شکل تحت خمش حول محور ضعیف (مبحث ۱۰ - ۲-۵-۷ - ۱۳۹۲)

تیر زیر را کنترل کنید. ($F_y = 235\ MPa$) S235



گام ۰) بارگذاری، تحلیل، ترکیب بار:

$1.4D \rightarrow F_u = 28\ KN \longrightarrow M_{umax} = F_u \times 3m = 84\ KN.m$

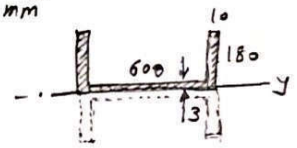
$1.2D + 1.6L \rightarrow F_u = 27.2\ KN$

گام ۱) تعیین مشخصات مقطع:

$\lambda_f = \frac{bf/2}{tf} = 18$ $\begin{cases} > \lambda_{pf} = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 11.1 \\ \leq \lambda_{rf} = 1.0\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 29.2 \end{cases}$ → بال NC است

$I_y = \frac{1}{12}\left[2 \times 10 \times 360^3 + 600 \times 6^3\right] = 7777 \times 10^4\ mm^4$ ، $S_y = \frac{I_y}{360/2} = 432.1 \times 10^3\ mm^3$

$Z_y = 2\left[2 \times (180 \times 10 \times 90) + 600 \times 3 \times 1.5\right] = 653.4 \times 10^3\ mm^3$



گام ۲) تعیین M_n: با توجه به نیرفشرده (NC) بودن بال طراحی:

$M_n = Min \begin{cases} M_{n1} \\ M_{n2} \end{cases}$

حالت حدی تسلیم $M_{n1} = M_p = F_y \times Z_y \leq 1.6\ F_y \times S_y$

$M_{n1} = 235 \times 653.4 \times 10^3 \leq 1.6 \times 235 \times 432.1 \times 10^3$

$M_{n1} = 153.5\ KN.m \leq 162.5$ → $\boxed{M_{n1} = 153.5\ KN.m}$

حالت حدی کمانش موضعی بال $M_{n2} = M_p - (M_p - 0.7F_y \cdot S_y)\left(\frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}}\right)$ → $\boxed{M_{n2} = 122.1\ KN.m}$

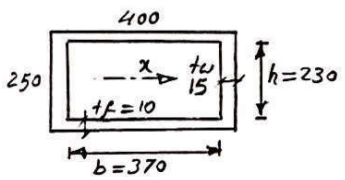
$\Rightarrow \boxed{M_n = 122.1\ KN.m}$

گام ۳) کنترل:

$M_u \leq \phi_b \times M_n \rightarrow 84 \leq 0.9 \times 122.1 = 109.9\ KN.m$ O.K.

۲- مثال مربوط به مقطع قوطی شکل (مبحث ۱۰ - ۵-۷-(۱-) - ۱۳۹۲)

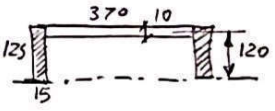
مقاومت M_n برای مقطع روبرو تعیین کنید. ($F_y = 235 MPa$)



- تعیین مشخصات مقطع: $I_x = \frac{1}{12}\left[400 \times 250^3 - 370 \times 230^3\right] = 14568 \times 10^4\ mm^4$

$S_x = I_x / 125 = 1165 \times 10^3\ mm^3$

$Z_x = 2\left[2\left(15 \times 125 \times \frac{125}{2}\right) + 370 \times 10 \times 120\right] = 1357 \times 10^3\ mm^3$



بال $\lambda_f = \frac{b}{t_f} = \frac{370}{10} = 37$ $\begin{cases} > \lambda_{pf} = 1.12\sqrt{E/F_y} = 32.7 \\ \leq \lambda_{rf} = 1.4\sqrt{E/F_y} = 40.8 \end{cases}$ → بال NC است

جان $\lambda_w = \frac{h}{t_w} = \frac{230}{15} = 15.3$ $\begin{cases} \leq \lambda_{pw} = 2.42\sqrt{E/F_y} = 70.6 \\ \lambda_{rw} = \dots \end{cases}$ → جان C است

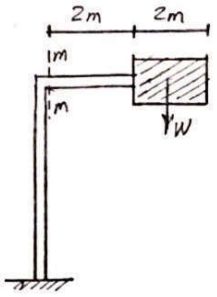
$\rightarrow M_n = Min \begin{cases} M_{n1} \\ M_{n2} \end{cases}$

حالت حدی تسلیم $M_{n1} = F_y \cdot Z = 235 \times 1357 \times 10^3 = 318.9\ KN.m$

حالت حدی کمانش موضعی بال $M_{n2} = M_p - (M_p - F_y \cdot S)\left(\frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}}\right) = 294.9\ KN.m$

$\xrightarrow{Min} M_n = 294.9\ KN.m$

۳ـ مثال مربوط به مقطع لوله‌ای شکل ـ (بند ۱۰ـ۲ـ۵ـ۸ مبحث ۱۰ـ ۱۳۹۲)



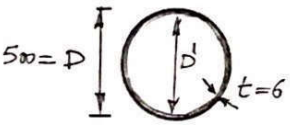
مقطع لوله‌ای شکل به قطر خارجی $D=500\ mm$ و ضخامت $t=6\ mm$ وزن تابلویی برابر $W=90\ KN$ را تحمل می‌کند، مقطع $m-m$ (مقطع بطرف خش) را کنترل کنید.
فولاد مصرفی دارای $F_y=355\ MPa$ می‌باشد.

گام ۰) بارگذاری، تحلیل و ترکیب بارگذاری :

$$W_u=1.4\times 90=126\ KN$$

$$M_u=W_u\times 3=378\ KN.m \quad \text{در مقطع } m-m$$

گام ۱) تعیین مشخصات مقطع :



قطر داخلی $D'=D-2t=488\ mm$

اساس مقطع الاستیک $S=\dfrac{\pi(D^4-D'^4)}{32D}=1136.4\times10^3\ mm^3$

اساس مقطع پلاستیک $Z=\dfrac{D^3-D'^3}{6}=1464.3\times10^3\ mm^3$

$$\lambda=\frac{D}{t}=83.3 \begin{cases} > \lambda_p=0.07\dfrac{E}{F_y}=39.4 \\ \leq \lambda_r=0.31\dfrac{E}{F_y}=174.6 \end{cases} \longrightarrow \text{مقطع NC است}$$

گام ۲) تعیین M_n : چون مقطع غیرفشرده است، بنابراین :

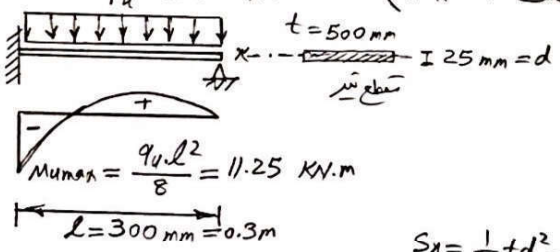
$$M_n=M_{in}\begin{cases} M_{n1}=M_p=F_y\times Z=519.8\ KN.m \\ M_{n2}=\left(\dfrac{0.021E}{\lambda}+F_y\right)S=460.7 \end{cases} \longrightarrow M_n=460.7\ KN.m$$

گام ۳) کنترل :

$$M_u=378\ KN.m \leq \phi_b\times M_n=0.9\times460.7=415\ KN.m \quad \text{O.K.}$$

---

۴. مثال مربوط به مقطع جان‌گوشی تیر (بند ۱۰ـ۲ـ۵ـ۱۰ مبحث ۱۰ـ ۱۳۹۲)



فولاد مصرفی $F_y=235\ MPa$.

گام ۰) بارگذاری، تحلیل و ترکیب بار.

گام ۱) تعیین مشخصات مقطع :

$$S_x=\frac{1}{6}td^2=52.08\times10^3\ mm^3 \quad ,\quad Z_x=\frac{1}{4}td^2=78.13\times10^3\ mm^3$$

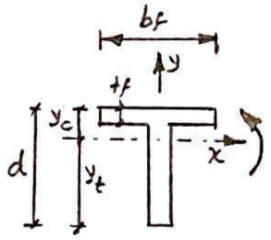
گام ۲) تعیین M_n : چون مقطع جان‌گوشی حول محور ضعیف تحت خمش است، حالت حدی تسلیم تعیین کننده است :

$$M_n=M_p=\underbrace{F_y\cdot Z}_{18.4\ KN.m}\leq 1.6\,M_y=\underbrace{1.6\times F_y\times S}_{19.6\ KN.m} \longrightarrow M_n=18.4\ KN.m$$

گام ۳) کنترل :

$$M_u=11.25\ KN.m \leq \phi_b\times M_n=0.9\times18.4=16.56 \quad \text{O.K.}$$

تعیین M_n برای مقطع سپری T- با بارگذاری در صفحهٔ تقارن (بند ۱۰-۲-۵-۹)



حالت I) بال تحت فشار ناشی از خمش.

اگر بال C باشد $\rightarrow M_n = Min \begin{cases} M_{n1} & (Y) \\ M_{n2} & (LTB) \end{cases}$

اگر بال NC باشد $\rightarrow M_n = Min \begin{cases} M_{n1} & (Y) \\ M_{n2} & (LTB) \\ M_{n3} & (FLB) \end{cases}$

$$M_{n1} = M_p = F_y . Z_x \leq 1.6\, M_y$$

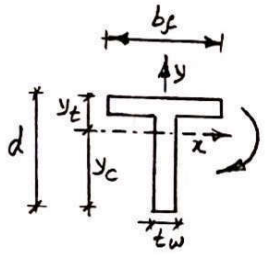
$$M_{n2} = M_{cr} = \frac{\pi\sqrt{E I_y G J}}{L_b}\left(B + \sqrt{1+B^2}\right) \quad , \quad B = +2.3\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}}$$

$$M_{n3} = M_p - \left(M_p - 0.7 F_y S_{xc}\right)\left(\frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}}\right) \leq 1.6\, M_y$$

$S_{xt} = \frac{I_x}{y_t}$ اساس مقطع کششی ، $S_{xc} = \frac{I_x}{y_c}$ اساس مقطع فشاری ، $S_{min} = Min\{S_{xc}, S_{xt}\} = S_{xt}$

$M_y = F_y . S_{min}$

$\lambda_f = \frac{b_f/2}{t_f}$ ، جدول ۱۰-۲-۲-۳-بند (۱۰) $\rightarrow \begin{cases} \lambda_{pf} = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} \\ \lambda_{rf} = 1.0\sqrt{\frac{E}{F_y}} \end{cases}$



حالت II) جان تحت فشار ناشی از خمش.

$$M_n = Min \begin{cases} M_{n1} & (Y) \\ M_{n2} & (LTB) \\ M_{n4} & (WLB) \end{cases}$$

$$M_{n1} = M_p = F_y . Z_x \leq M_y$$

$M_{n2} = M_{cr} \rightarrow$ رابطه حالت I با $\rightarrow B = -2.3\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}}$

$$M_{n4} = F_{cr} . S_{xc}$$

$S_{xt} = \frac{I_x}{y_t}$ اساس مقطع کششی ، $S_{xc} = \frac{I_x}{y_c}$ اساس مقطع فشاری ، $S_{min} = Min\{S_{xc}, S_{xt}\} = S_{xc}$

$M_y = F_y . S_{min}$

$\lambda_w = \frac{d}{t_w}$ ، جدول ۱۰-۲-۲-۳-بند (۱۴) $\rightarrow \begin{cases} \lambda_{pw} = 0.84\sqrt{\frac{E}{F_y}} \\ \lambda_{rw} = 1.03\sqrt{\frac{E}{F_y}} \end{cases}$

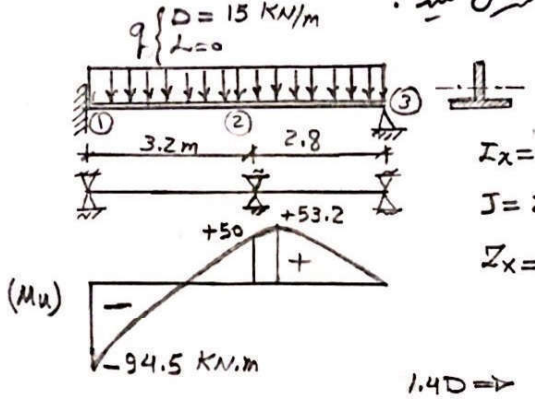
اگر $\lambda_w \leq \lambda_{pw} \rightarrow F_{cr} = F_y$

اگر $\lambda_{pw} < \lambda_w \leq \lambda_{rw} \rightarrow F_{cr} = \left[2.55 - 1.84\frac{d}{t_w}\sqrt{\frac{F_y}{E}}\right]F_y = \left[1 - 0.35\left(\frac{\lambda_w - \lambda_{pw}}{\lambda_{rw} - \lambda_{pw}}\right)\right]F_y$

اگر $\lambda_w > \lambda_{rw} \rightarrow F_{cr} = \frac{0.69E}{(d/t_w)^2} = \frac{0.69E}{\lambda_w^2}$

تذکر: مطابق AISC اگر در هر نقطه از طول L_b، جان مقطع تحت فشار ناشی از خمش قرار گیرد باید $B = -\square$ در نظر گرفته شود.

مثال ۱. با فرض $F_y = 235$ مگاپاسکال تیر زیر را از نظر خمش کنترل کنید.

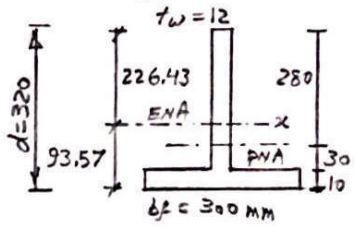


مشخصات مقطع عبارتست از:

$I_x = 7233\ E4\ mm^4$ ، $I_y = 2254\ E4\ mm^4$

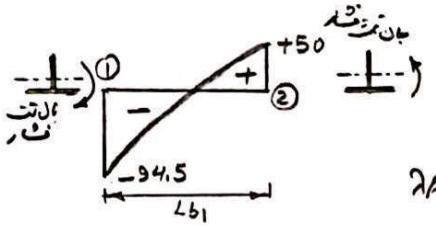
$J = 28.1\ E4\ mm^4$

$Z_x = 580.8\ E3\ mm^3$



گام ۰) بارگذاری، تحلیل، ترکیب بار:

$1.4D \Rightarrow q_u = 21$ KN/m



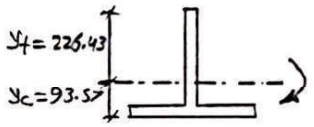
الف) کنترل پاره تیر 12 $(L_{b_1} = 3.2m)$

← کنترل نقطه ① (بال تحت فشار) ← حالت (I)

$\lambda_f = \frac{b_f/2}{t_f} = 15$

جدول ۱۰-۲-۴-۲ ردیف ۱۰ ← $\lambda_{pf} = 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 11.1$ ، $\lambda_{rf} = 1.0\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 29.2$

$\Rightarrow$ بال NC است $\Rightarrow$ $M_n = Min \begin{cases} M_{n1} & (Y) \\ M_{n2} & (LTB) \\ M_{n3} & (FLB) \end{cases}$



گام ۱) تعیین M_n برای نقطه ①

$S_{xc} = \frac{I_x}{y_c} = 773\ E3\ mm^3$

$S_{xt} = \frac{I_x}{y_t} = 319.4\ E3\ mm^3$

$\Rightarrow S_{min} = 319.4\ mm^3$

$M_{n1} = M_p = F_y \cdot Z_x \leq 1.6 M_y$ ، $M_p = f_y \cdot Z_x = 136.5$ KN.m، $M_y = F_y \cdot S_{min} = 75.1$ KN.m

$M_{n1} = M_p = 136.5 \not\leq 1.6 M_y = 120.1 \Rightarrow$ $\boxed{M_{n1} = 120.1\ KN.m}$

$M_{n2} = M_{cr} = \frac{\pi\sqrt{E I_y G J}}{L_b}\left(B + \sqrt{1 + B^2}\right)$

هرچنه بال تحت فشار راست (حالت I) و باید $B = +$ درنظر گرفته شود اما مطابق AISC چون در طول مهاربندی (L_{b1}) پاره تیر 12 در بعضی نقاط جان تحت فشار راست باید $B = -$ بکار رود.

$B = -2.3\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} = -2.06$

$\Rightarrow$ $\boxed{M_{n2} = 70.5\ KN.m}$

$M_{n3} = M_p - (M_p - 0.7 F_y \cdot S_{xc})\left(\frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}}\right) \leq 1.6 M_y$

$M_{n3} = 127.2$ KN.m $\not\leq 1.6 M_y = 120.1 \Rightarrow$ $\boxed{M_{n3} = 120.1\ KN.m}$

$M_n = Min\{M_{n1}, M_{n2}, M_{n3}\} = \boxed{70.5\ KN.m}$

گام ۲) کنترل:

$M_u^{①} = 94.5\ KN.m \not\leq \phi_b \cdot M_n = 63.5$ N.G.

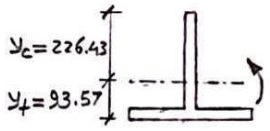
توجه: اگر مطابق مبحث ۱۰ مثلاً $B = +$ فرض شود $M_{n2} = 150.9 \Rightarrow M_n = 120.1 \Rightarrow \phi_b M_n = 108.1 \geq M_u^{①}$

O.K. ✓

← کنترل نقطه ② (جان تحت فشار) ← حالت (II)

گام ۱) تعیین M_n برای نقطه ②

$$M_n = \text{Min}\begin{cases} M_{n1} \ (Y) \\ M_{n2} \ (LTB) \\ M_{n4} \ (WLB) \end{cases}$$



$$S_{xc} = \frac{I_x}{y_c} = 319.4\ E3\ mm^3 \Big\} \rightarrow S_{min} = 319.4\ mm^3$$
$$S_{xt} = \frac{I_x}{y_t} = 773\ E3\ mm^3$$

$M_p = F_y . Z_x = 136.5\ KN.m$, $M_y = F_y . S_{min} = 75.1\ KN.m$

$M_{n1} = M_p = F_y . Z_x \leq M_y \rightarrow M_{n1} = 136.5 \not\leq M_y = 75.1 \rightarrow \boxed{M_{n1} = M_y = 75.1\ KN.m}$

$$M_{n2} = M_{cr} = \frac{\pi\sqrt{E I_y G J}}{L_b}\left(B + \sqrt{1+B^2}\right)$$

$$B = -2.06 \leftarrow B = -2.3\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} \leftarrow \text{جان تحت فشار}$$

$$\Rightarrow \boxed{M_{n2} = 70.5\ KN.m}$$

جدول ۱۰-۵-۲-۳ (رابیت ها) :

$$\lambda_w = \frac{d}{t_w} = \frac{329}{12} = 26.7 \ , \ \lambda_{pw} = 0.84\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 24.5 \ , \ \lambda_{rw} = 1.03\sqrt{\frac{E}{F_y}} = 30$$

$$\rightarrow \lambda_{pw} < \lambda_w \leq \lambda_{rw} \Rightarrow F_{cr} = \left[2.55 - 1.84\frac{d}{t_w}\sqrt{\frac{F_y}{E}}\right] . F_y = 203.5\ MPa$$

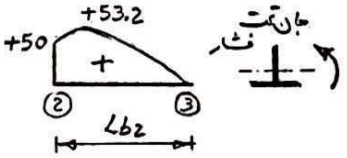
$$M_{n4} = F_{cr} . S_{xc} \rightarrow \boxed{M_{n4} = 65\ KN.m}$$

$$M_n = \text{Min}\{M_{n1}, M_{n2}, M_{n4}\} \Rightarrow \boxed{M_n = 65\ KN.m}$$

گام ۲) کنترل :

$$M_u^{(2)} = 50 \leq \phi_b . M = 58.1 \quad \text{O.K.}$$

ب) کنترل پاره تیر $\overline{23}$ $\quad L_{b2} = 2.8m$



چون در تمام طول L_{b2} لنگر تغییر علامت نمی‌دهد بنابراین فقط نقطه با قدر مطلق لنگر $M_{umax} = +53.2$ باید کنترل شود.

گام ۱) تعیین M_n .

ث به کنترل نقطه ② پاره‌تیر $\overline{12}$ داریم : $M_{n1} = 75.1\ KN.m$, $M_{n4} = 65\ KNm$

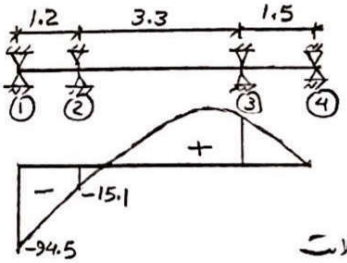
$$B = -2.3\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} = -2.35 \rightarrow \boxed{M_{n2} = 71.4\ KN.m}$$

$$M_n = \text{Min}\{M_{n1}, M_{n2}, M_{n4}\} \rightarrow \boxed{M_n = 65\ KN.m}$$

گام ۲) کنترل :

$$M_u = 53.2 \leq \phi_b . M_n = 58.1 \quad \text{O.K.}$$

مثال ۲ . در مثال قبل اگر شرایط تکیه گاههای جانبی بصورت زیر باشد ،
پاره تیر $\overline{12}$ را از نظر خمش کنترل کنید .



همانگونه که در شکل مشخص است در تمام طول پاره تیر $\overline{12}$ ($L_b = 1.2\,m$) لنگر تغییر علامت نمی دهد و بال تحت فشار ناشی از خمش (حالت I) است. (⊥)
بنابراین فقط نقطه با حداکثر لنگر $M_{umax} = 94.5$ باید کنترل شود.

گام ۱) تعیین M_n .

از مثال قبل داریم :

$\lambda_f = 15 \begin{cases} > \lambda_{pf} = 11.1 \\ \leq \lambda_{rf} = 29.2 \end{cases} \longrightarrow$ بال Nc است

$\longrightarrow M_n = Min \begin{cases} M_{n1}\ (Y) & \xrightarrow{\text{مشابه مثال قبل}} M_{n1} = 120.1\ KN.m \\ M_{n2}\ (LTB) & \\ M_{n3}\ (FLB) & \xrightarrow{\text{مشابه مثال قبل}} M_{n3} = 120.1 \end{cases}$

بال تحت فشار $B = +2.3\left(\frac{d}{L_b}\right)\sqrt{\frac{I_y}{J}} \longrightarrow B = +5.49$

$M_{n2} = M_{cr} = \frac{\pi\sqrt{EI_y GJ}}{L_b}\left(B + \sqrt{1+B^2}\right) \longrightarrow \boxed{M_{n2} = 9047\ KN.m}$

$M_n = Min\{M_{n1}, M_{n2}, M_{n3}\} \longrightarrow \boxed{M_n = 120.1\ KN.m}$

گام ۲) کنترل :

$M_u = 94.5 \leq \phi_b \cdot M_n = 108.1$ O.K.

بعنوان تمرین پاره تیرهای $\overline{23}$ و $\overline{34}$ را کنترل کنید .