

دانشگاه یزد

# طراحی سازه های فولادی ۱

مبحث چهارم:

## طراحی اعضای فشاری

مدرس: دکتر محمد رضا میر جلیلی

نیمسال اول ۱۴۰۳-۰۳

توجه: این درسامه برگرفته از جزوه جناب آقای دکتر رحیمی و کتاب طراحی سازه های فولادی (جلد ششم) دکتر ازهری و دکتر میرقادی می باشد. جهت رعایت حقوق ناشر و مولفان لازم است که دانشجویان محترم این کتاب را تهیه کنند. در غیر این صورت مجاز به چاپ و انتشار صفحات کتاب نمی باشند.

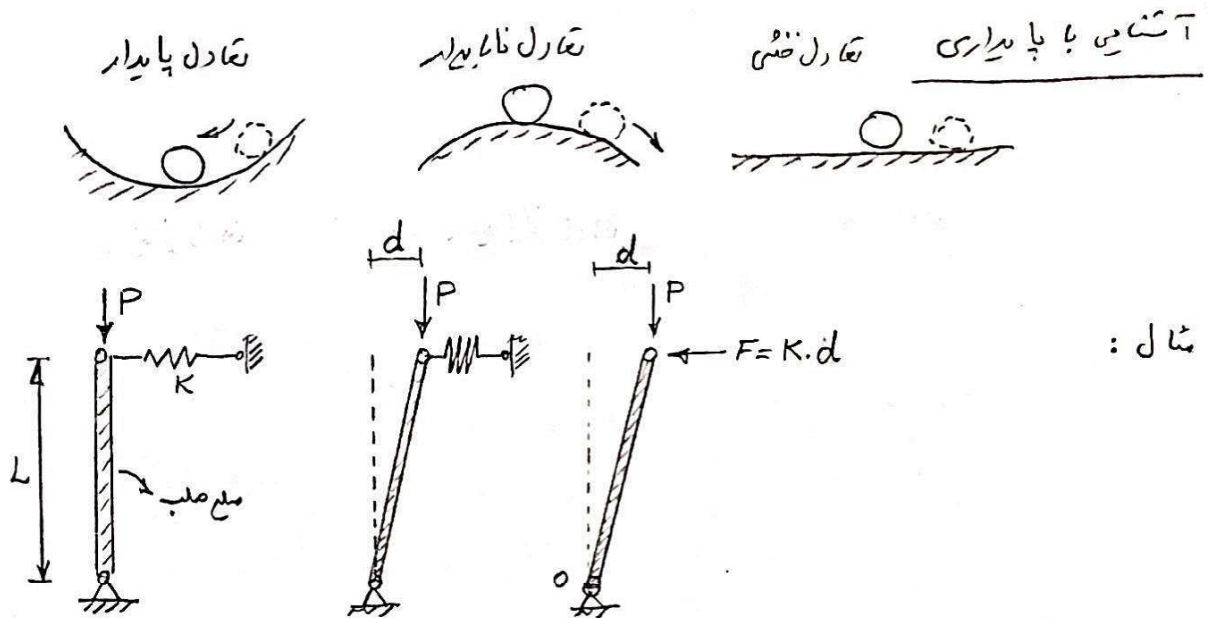
طراحی اعضای فشاری - ستونها - Compression members - Columns

مقدمه :

اعضای فشاری در سازه ها علاوه بر ستونها شامل اعضای فشاری خرابرها و باربندهای تحت فشار نیز می شود .

حالتها منحنی مقاومت ستونها (شکلدهی مختلف شرایط اعضای فشاری) :

۱- تسلیم } کم تنش کلی عضو  
 ۲- کم تنش کلی عضو } کم تنش بیجوشی (بیجوشی - خمشی)  
 ۳- کم تنش موضعی اجزای مقطع (مثل کم تنش موضعی بال یا جان)

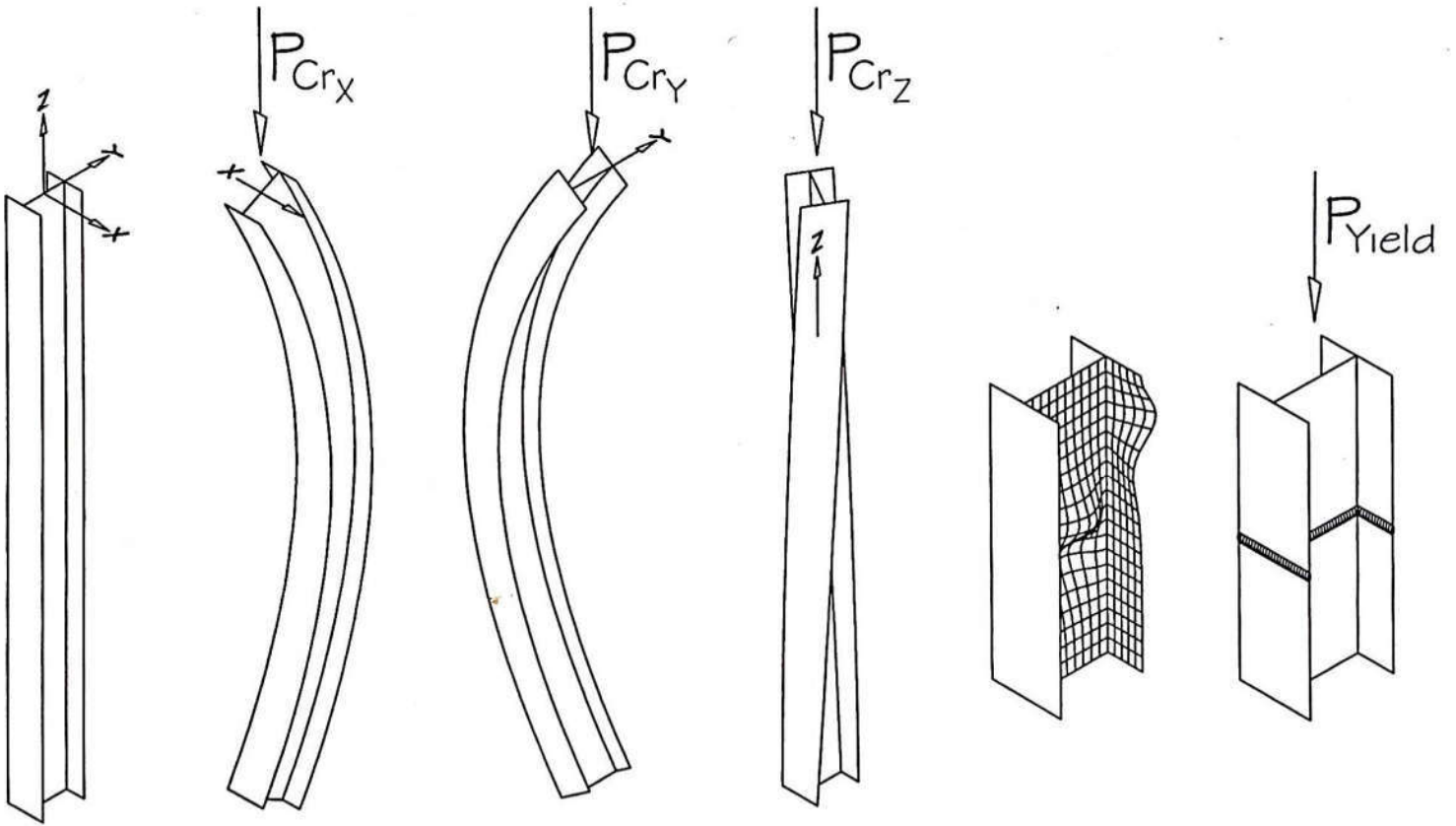


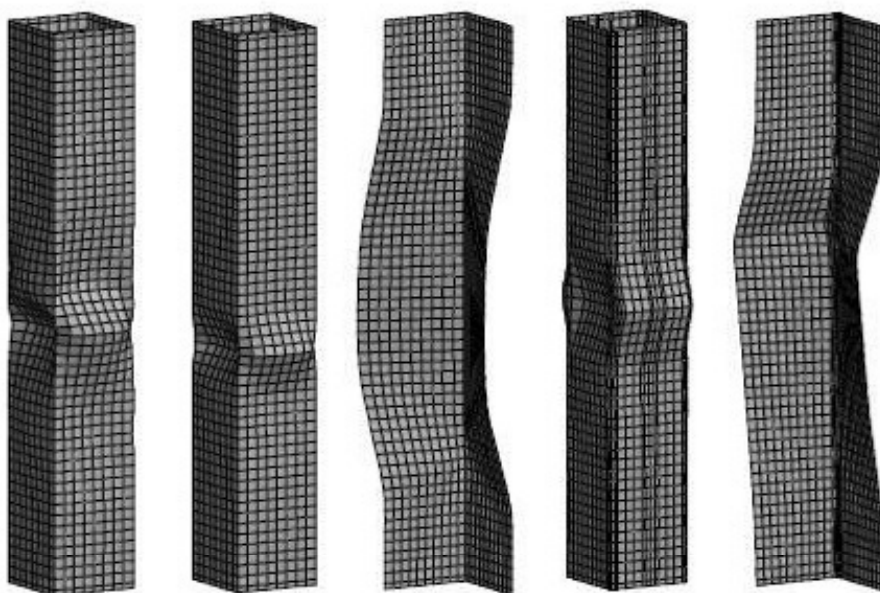
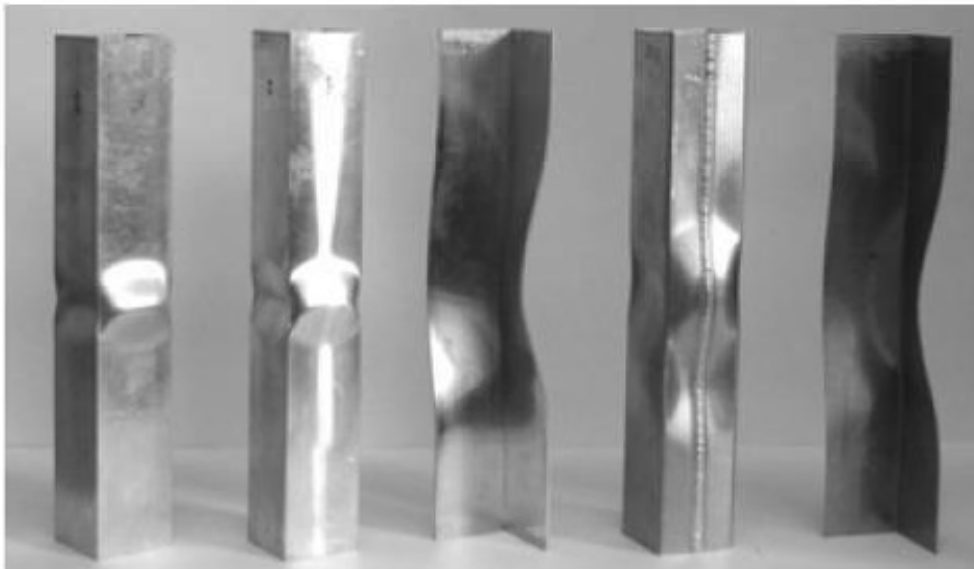
مثال :

لنگر ممان در کف  $M_0 = P \times d$   
 لنگر ممان در تکیه  $M_R = F \cdot L = K \cdot d \cdot L$

شرط پایدار  $M_R > M_0 \Rightarrow K \cdot d \cdot L > P \cdot d \Rightarrow \boxed{P < K \cdot L}$

- نیر  $P_{cr} = K \cdot L$  نیر بحرانی است :
- $P < P_{cr} \rightarrow$  تکیه پایدار
  - $P = P_{cr} \rightarrow$  " حسی "
  - $P > P_{cr} \rightarrow$  " ناپایدار "





۱-۲-۲-۲-۱۰ طبقه‌بندی مقاطع فولادی از منظر کمانش موضعی برای فشار محوری برای فشار محوری، مقاطع فولادی به دو گروه زیر طبقه‌بندی می‌شوند.

• مقاطع با اجزای غیرلاغر **Nonslender-element Sections**

• مقاطع با اجزای لاغر **Slender-element Sections**

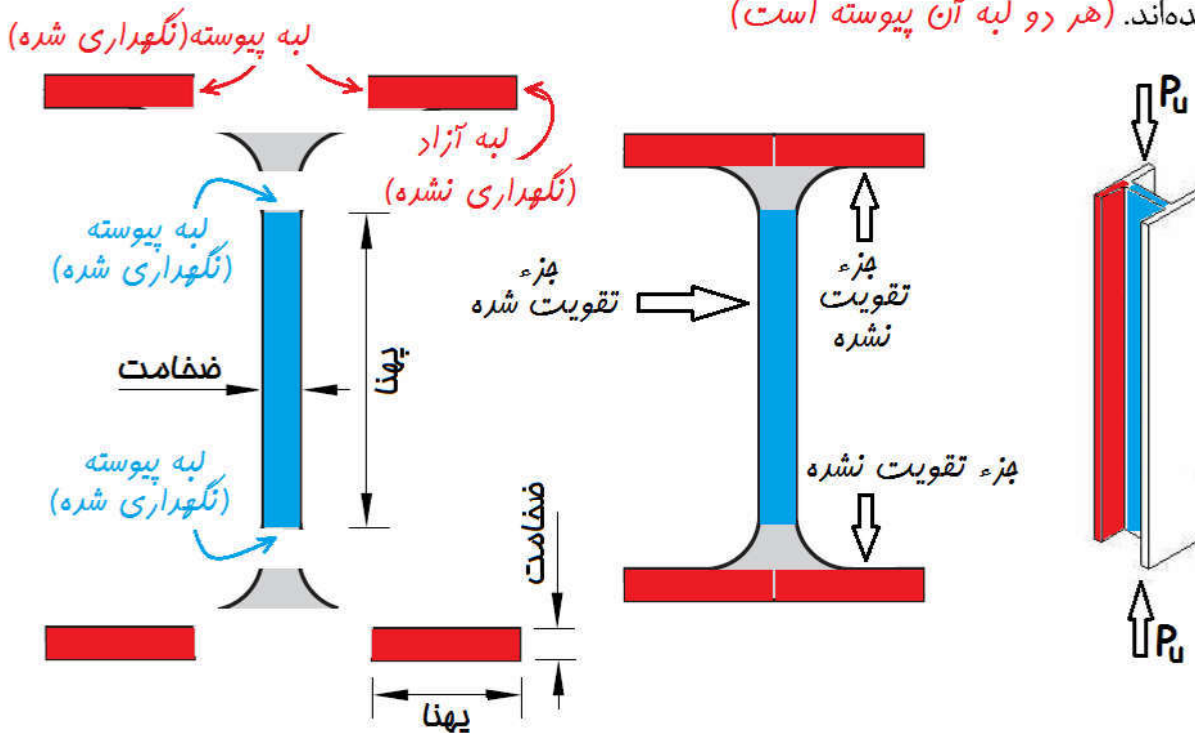
مقاطع با اجزای غیرلاغر به مقاطعی گفته می‌شوند که در آنها نسبت پهنا به ضخامت <sup>همه</sup> اجزای فشاری تشکیل دهنده مقطع عضو از  $\lambda_r$  مشخص شده در جداول ۱-۲-۲-۱۰ و ۲-۲-۲-۱۰ تجاوز ننماید. چنانچه نسبت پهنا به ضخامت هر یک از اجزای فشاری تشکیل دهنده مقطع عضو از  $\lambda_r$  مشخص شده در جداول ۱-۲-۲-۱۰ و ۲-۲-۲-۱۰ تجاوز نماید، در این صورت مقطع با اجزای لاغر محسوب می‌گردد.

**تبصره:** مطابق مقررات این مبحث، استفاده از مقاطع فولادی با اجزای لاغر در اعضایی که تحت اثر فشار محوری قرار دارند، مجاز نمی‌باشد.

**اجزای تقویت نشده (سفت نشده) Unstiffened Elements**  
**اجزای تقویت شده (سفت شده) Stiffened Elements** } **اجزای تشکیل دهنده مقاطع فولادی**

اجزای تقویت نشده به اجزایی گفته می‌شوند که فقط در یک لبه در امتدادی به موازات نیروی فشاری نگهداری شده‌اند. (یک لبه جزء آزاد و یک لبه آن پیوسته است)

اجزای تقویت شده به اجزایی گفته می‌شوند که در هر دو لبه در امتدادی موازی با نیروی فشاری نگهداری شده‌اند. (هر دو لبه آن پیوسته است)



### ۱۰-۲-۲-۳ پهنای آزاد اجزای تقویت نشده

مطابق الزامات این بخش، اجزای تقویت نشده به اجزایی گفته می‌شوند که فقط در یک لبه در امتدادی به موازات نیروی فشاری نگهداری شده‌اند. پهنای آزاد چنین اجزایی باید به شرح زیر تعیین گردد.

الف) برای بال‌های نیمرخ‌های I و نیمرخ‌های سپری (T)، پهنای آزاد (b) برابر نصف پهنای کل بال ( $b_f$ ) است.

ب) برای ساق‌های نیمرخ‌های نبشی (L) و بال‌های نیمرخ‌های ناودانی (U) و نیمرخ‌های Z شکل پهنای آزاد (b) معادل کل بُعد اسمی بال است.

#### برای ورق‌ها

پ) برای مقطع ساخته شده از ورق، پهنای آزاد (b) برابر فاصله بین لبه آزاد تا اولین ردیف وسایل اتصال یا خط جوش است.

ت) برای تیغه (جان) نیمرخ‌های سپری (T) پهنای آزاد (d) برابر ارتفاع کلی مقطع سپری است.

#### 1a. Unstiffened Elements

For unstiffened elements supported along only one edge parallel to the direction of the compression force, the width shall be taken as follows:

- (a) For flanges of I-shaped members and tees, the width,  $b$ , is one-half the full-flange width,  $b_f$ .
- (b) For legs of angles and flanges of channels and zees, the width,  $b$ , is the full leg or flange width.
- (c) For plates, the width,  $b$ , is the distance from the free edge to the first row of fasteners or line of welds.
- (d) For stems of tees,  $d$  is the full depth of the section.

### ۱۰-۲-۲-۴ پهنای آزاد اجزای تقویت شده

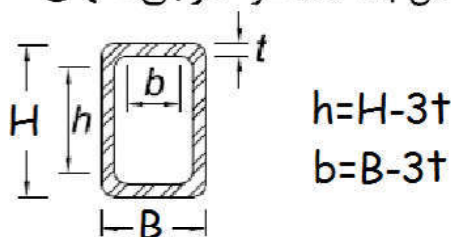
مطابق الزامات این بخش، اجزای تقویت شده به اجزایی گفته می‌شوند که در هر دو لبه در امتدادی موازی با نیروی فشاری نگهداری شده‌اند. پهنای آزاد چنین اجزایی باید به شرح زیر تعیین گردد. (الف) برای جان مقاطع نوردشده یا شکل داده شده،  $h$  عبارت است از فاصله بین نقاط شروع گردی ریشه اتصال جان به بال.

(ب) برای جان مقاطع ساخته شده از ورق،  $h$  عبارت است از فاصله بین نزدیکترین دو خط وسایل اتصال و چنانچه از جوش استفاده شده باشد،  $h$  برابر فاصله خالص بین دو بال است. برای مقاطع با بال‌های نامساوی،  $h_c$  عبارت است از دو برابر فاصله تار خنثای الاستیک تا نزدیکترین ردیف وسایل اتصال در سمت بال فشاری و چنانچه از جوش استفاده شده باشد، عبارت است از دو برابر فاصله تار خنثای الاستیک تا رویه داخلی بال فشاری. همچنین برای مقاطعی با بال‌های نامساوی  $h_p$  عبارت است از دو برابر فاصله تار خنثای پلاستیک تا نزدیکترین ردیف وسایل اتصال در سمت بال فشاری و چنانچه از جوش استفاده شده باشد، عبارت است از دو برابر فاصله تار خنثای پلاستیک تا رویه داخلی بال فشاری.

(پ) برای مقاطع جعبه‌ای ساخته شده از ورق، پهنای  $b$  و  $h$  عبارت از فاصله بین دو خط وسایل اتصال یا دو خط جوش است.

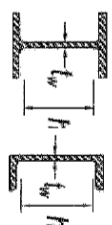
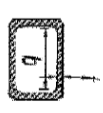
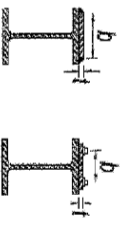

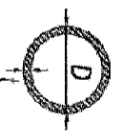
(ت) برای ورق‌های پوششی (تقویتی) در بال تیرها و ورق‌های دیافراگم در مقاطع ساخته شده از ورق، پهنای  $b$  عبارت است از فاصله بین دو خط وسایل اتصال یا دو خط جوش است.

(ث) برای بال‌های مقاطع توخالی مستطیلی شکل (HSS)، پهنای  $b$  عبارت است از فاصله آزاد بین جان‌ها منهای شعاع گوشه داخلی در هر طرف. برای جان‌های مقاطع توخالی مستطیل شکل (HSS)،  $h$  عبارت است از فاصله آزاد بین بال‌ها منهای شعاع گوشه داخلی در هر طرف. چنانچه شعاع گوشه‌ها معلوم نباشد، مقادیر  $b$  و  $h$  را می‌توان معادل بعد متناظر خارجی منهای سه برابر ضخامت در نظر گرفت.

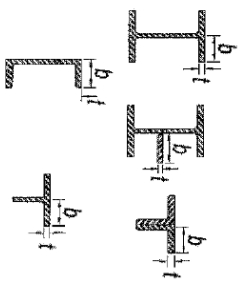
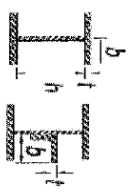
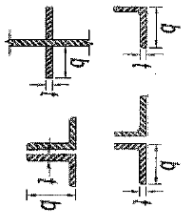



(ج) برای مقاطع توخالی دایره‌ای شکل،  $D$  عبارت است از قطر خارجی مقطع دایره‌ای

جدول ۱۰-۲-۲-۲ نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت شده در اعضای تحت اثر فشار محوری

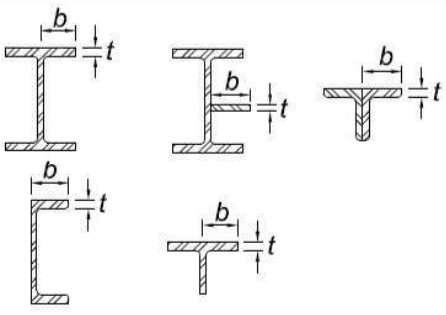
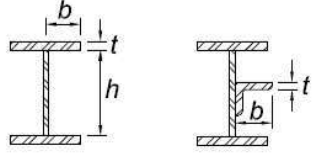
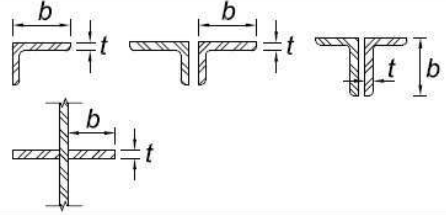
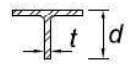
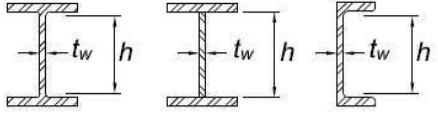
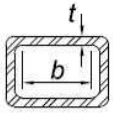
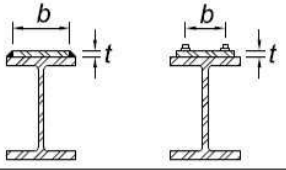
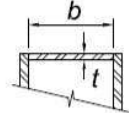
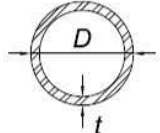
| حالت | شرح اجزا  | نسبت پهنا به ضخامت | حداکثر نسبت پهنا به ضخامت <sub>۱</sub> (لاغر/غیر لاغر) |                 | مثال‌های نمونه   |
|------|---|--------------------|--|-----------------|--|
|      |   |                    | ضخامت <sub>۱</sub>                                     | (لاغر/غیر لاغر) |  |
| ۵    | جان مقاطع I شکل با دو محور تقارن و جان مقاطع تاوه‌ای            | $b/t_w$            | $1/49 \sqrt{E/R_y}$                                    |                 |  |
| ۶    | بال‌های مقاطع توخالی مستطیلی شکل (HSS) و جعبه‌ای با ضخامت یکدخت | $b/t$              | $1/40 \sqrt{E/R_y}$                                    |                 |   |
| ۷    | ورق‌های پوششی و ورق‌های دیگر اگرم در حد فاصل خطوط جوش یا پیچ    | $b/t$              | $1/40 \sqrt{E/R_y}$                                    |                 |   |
| ۸    | ساز اجزای فشاری تقویت شده                                       | $b/t$              | $1/49 \sqrt{E/R_y}$                                    |                 |   |
| ۹    | مقاطع توخالی دایره‌ای شکل                                       | $D/t$              | $0.11 \frac{E}{R_y}$                                   |                 |   |

جدول ۱۰-۲-۲-۱ نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت نشده در اعضای تحت اثر فشار محوری

| حالت | شرح اجزا   | نسبت پهنا به ضخامت | حداکثر نسبت پهنا به ضخامت <sub>۱</sub> (لاغر/غیر لاغر)                |                 | مثال‌های نمونه   |
|------|--|--------------------|---|-----------------|--|
|      |  |                    | ضخامت <sub>۱</sub>  | (لاغر/غیر لاغر) |  |
| ۱    | بال‌های مقاطع I شکل نورد شده، ورق‌های بیرون‌زده از مقاطع I شکل نورد شده، ساق‌های برجسته جفت نبشی با اتصال پیوسته، بال‌های مقاطع تاوه‌ای و بال‌های مقاطع سبزی | $b/t$              | $0.56 \sqrt{E/R_y}$   |                 |  |
| ۲    | بال‌های مقاطع I شکل ساخته شده از ورق و ورق‌ها یا ساق‌های نبشی بیرون زده از مقاطع I شکل ساخته شده از ورق  | $b/t$              | <del><math>0.94 \sqrt{E/R_y}</math></del><br>$0.64 \frac{k_0 E}{R_y}$ |                 |   |
| ۳    | ساق‌های نبشی‌های تک، ساق‌های نبشی‌های دوتایی دارای جداکننده (تسمه) و سایر اجزای تقویت کننده  | $b/t$              | $0.45 \sqrt{E/R_y}$   |                 |   |
| ۴    | تیغه (جان) مقاطع سبزی  | $d/t$              | $0.75 \sqrt{E/R_y}$   |                 |   |

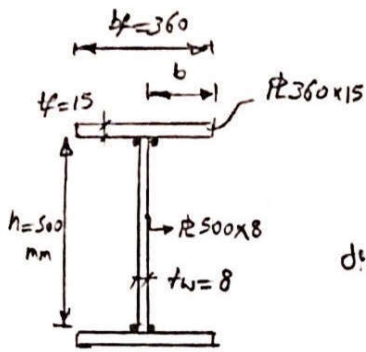


**TABLE B4.1a**  
**Width-to-Thickness Ratios: Compression Elements**  
**Members Subject to Axial Compression**

| Case                 | Description of Element | Width-to-Thickness Ratio | Limiting Width-to-Thickness Ratio $\lambda_r$ (nonslender/slender) | Examples   |
|----------------------|------------------------|--------------------------|--|--|
| Unstiffened Elements | 1                      | $b/t$                    | $0.56 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  |      |
|                      | 2                      | $b/t$                    | $0.64 \sqrt{\frac{k_c E}{F_y}}$                                    | [a]  |
|                      | 3                      | $b/t$                    | $0.45 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  |     |
|                      | 4                      | $d/t$                    | $0.75 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  |   |
| Stiffened Elements   | 5                      | $h/t_w$                  | $1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  |    |
|                      | 6                      | $b/t$                    | $1.40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  |   |
|                      | 7                      | $b/t$                    | $1.40 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  |   |
|                      | 8                      | $b/t$                    | $1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  |   |
|                      | 9                      | $D/t$                    | $0.11 \frac{E}{F_y}$   |   |

[a]  $k_c = 4\sqrt{h/t_w}$ , but shall not be taken less than 0.35 nor greater than 0.76 for calculation purposes.

مشاهده‌های کنترل کم‌نرخ موضعی ستون



مثال ۱. مقطع ساخته شده تحت داده شده.  $F_y = 235$  MPa

الف) طول: سطح دوم جدول ۱-۲-۲-۱

①  $\lambda_{p1} = \frac{b}{t} = \frac{b_f/2}{t_f} = \frac{180}{15} = 12 < 0.64 \sqrt{\frac{K_c \cdot E}{F_y}} = 13.3$  O.K.  $\rightarrow$  غیر لانه (N.S.)

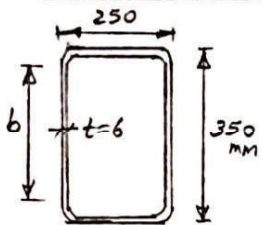
$K_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = \frac{4}{\sqrt{500/8}} = 0.51$   $\begin{cases} \leq 0.76 \\ \geq 0.35 \end{cases}$

ب) ۵۰۰: سطح پنجم جدول ۱-۲-۲-۱

②  $\lambda_{p2} = \frac{h}{t_w} = \frac{500}{8} = 62.5 > \lambda_{rw} = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 43.5$  N.G.  $\rightarrow$  جان لانه (S)

① و ②  $\rightarrow$  مقطع لانه (S) است و مطابق بحث ۱۱ حوا استناده لزان برای ستون را نداریم. اما برای اس

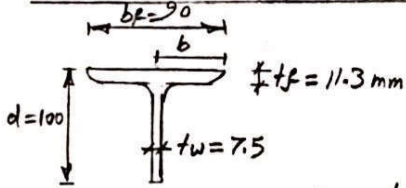
ASCS اعمال ضرایب کاهشده روی  $P_n$ ، هر توان از آن استناده کرد.



مثال ۲. مقطع توخالی مستطیلی HSS با ضخامت  $t = 6$  mm و  $F_y = 355$  MPa

سطح ششم جدول ۱-۲-۲-۱:  $B = 350 \rightarrow b = B - 3t = 332$  mm

مقطع لانه (S)  $\rightarrow$   $\lambda_r = 1.41 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 33.2$  N.G.  $\rightarrow$   $\lambda = \frac{b}{t} = \frac{332}{6} = 55.3 > \lambda_r$



مثال ۳. مقطع  $\frac{1}{2}$  INP-200 (سبزی) با  $F_y = 275$  MPa

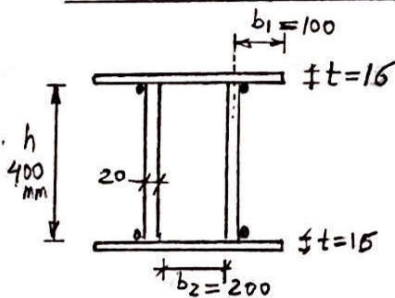
الف) طول: سطح اول جدول ۱-۲-۲-۱

①  $\lambda_{p1} = \frac{b}{t} = \frac{b_f/2}{t_f} = 4 < 0.56 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 15.1$  O.K.  $\rightarrow$  جان لانه (NS) است

ب) نیغه (جان): سطح دوم جدول ۱-۲-۲-۱:  $\lambda_w = \frac{d}{t} = \frac{100}{7.5} = 13.3 < \lambda_{rw} = 0.75 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 20.2$  O.K.

② جان لانه (NS) است  $\rightarrow$

① و ②  $\rightarrow$  مقطع لانه است.



مثال ۴. مقطع ساخته شده جعبه‌ای Box با  $F_y = 235$  MPa

الف) جان: سطح پنجم:  $\lambda_w = \frac{h}{t_w} = \frac{400}{20} = 20 < 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 43.5$  O.K. ①

ب) جان محیط پیوسته (تقویت نه): سطح دوم:

②  $\frac{b_1}{t} = \frac{100}{16} = 6.25 < 0.64 \sqrt{\frac{K_c \cdot E}{F_y}} = 16.3$  O.K.

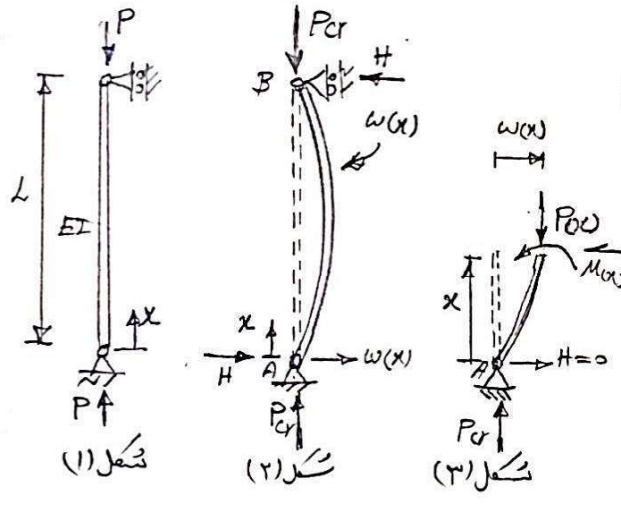
$K_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = 0.89$   $\begin{cases} < 0.76 \rightarrow K_c = 0.76 \\ \geq 0.35 \end{cases}$

ب) جان تقویت شده: سطح پنجم جدول:

③  $\frac{b_2}{t} = \frac{200}{15} = 12.5 < 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 43.5$  O.K.

①, ②, ③  $\rightarrow$  مقطع لانه (N.S.) است.

حالت ۱) ستون دوسر فصل:



وضعیت تغییر شکل یافته یعنی  $w(x)$  در نقطه کانتینر (شکل ۲)  
 در نظر بگیریم. در نقطه کانتینر بار  $P_{cr}$  است.  
 برای نوشتن معادله دیفرانسیل منظم تغییر شکل ستون را  
 در فاصله  $x$  برش میزنیم و نیرو و جبران و برش موجود در این  
 مقطع را به ترتیب  $P(x)$ ،  $M(x)$  و  $V(x)$  می نامیم (شکل ۳)  
 با نوشتن رابطه تعادل  $M_B = 0$  برای شکل (۲)  
 مقدار مکن العمل افقی  $H = 0$  بدست می آید.  
 در شکل شماره ۳ وضعیت تعادل عبارتت از:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow V(x) = H = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P(x) = P_{cr}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow P_{cr} \cdot w(x) - M(x) = 0$$

از تعادلت مصالح بخاطر داریم، برش اعضای تحت خمش:  $M(x) = -EIw''(x)$   
 بنابراین  $P_{cr} \cdot w(x) + EIw''(x) = 0$ ، معادله دیفرانسیل کانتینر خمشی الاستیک ستون دوسر فصل.

برای حل این معادله ابتدا طرفین رابطه را به  $EI$  تقسیم می کنیم؛  
 این یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم، خطی، همگن است.

$$w''(x) + \frac{P_{cr}}{EI} w(x) = 0$$

$$\text{گام اول} \rightarrow \frac{P_{cr}}{EI} = \alpha^2$$

$$w''(x) + \alpha^2 w(x) = 0 \xrightarrow{\text{حل}} \text{ جوابهای پایه } \begin{cases} w_1(x) = \sin \alpha x \\ w_2(x) = \cos \alpha x \end{cases}$$

$$\text{جواب عمومی } w(x) = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$$

$A$  و  $B$  ضرایب دلخواه هستند که با اعمال شرایط اولیه تعیین می شوند.  
 at  $x=0 \rightarrow w(0) = 0$

$$0 = w(0) = A \times \sin(0) + B \times \cos(0) = B \Rightarrow \boxed{B=0}$$

$$\text{at } x=L \rightarrow w(L) = 0$$

$$0 = w(L) = A \sin \alpha L + B \cos \alpha L \Rightarrow A \sin \alpha L = 0$$

حالت اول  $\leftarrow A=0 \leftarrow w(x) = 0 \sin \alpha x + 0 \cos \alpha x = 0 \leftarrow$  یعنی تغییر شکل نداریم  $\leftarrow$  نریزیم

$$\alpha L = \begin{cases} 0 \xrightarrow{\alpha=0} w(x)=0 \rightarrow \text{نریزیم} \\ n\pi \quad n=1, 2, \dots \end{cases} \leftarrow \sin \alpha L = 0 \leftarrow \text{حالت دوم}$$

$$n=1 \rightarrow \alpha L = \pi \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{L} \Rightarrow w(x) = A \sin \frac{\pi x}{L}$$

مود اول کمانش بصورت نیم موج سینوس است.

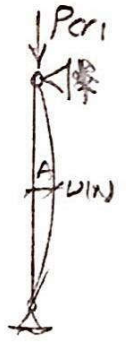
توجه شود که A تعیین نشد ← چنانچه شکل کمانش یافته ستون سینوس است اما دامنه تغییر شکل

$$\alpha = \frac{\pi}{L} \rightarrow \alpha^2 = \frac{\pi^2}{L^2} = \frac{P_{cr1}}{EI}$$

$$\Rightarrow P_{cr1} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

بار کمانش مود اول

بار کمانش اولی Euler



Leonard Euler (1757)

$$n=2 \rightarrow \alpha L = 2\pi \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{L} \rightarrow w(x) = A \sin \frac{2\pi x}{L}$$

$$P_{cr2} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} = 4 \times P_{cr1}$$

شکل کمانش مود دوم

ملاحظه میشود، بار کمانش مود دوم چهار برابر بار کمانش مود اول است.

البته در هنگام آرایش، با افزایش مقدار بار P، همین که بار P به مقدار Pcr1 برسد

کمانش شدن در مود اول اتفاق می افتد و دیگر امکان بروز مود کمانش دوم و رسیدن بار P

به مقدار Pcr2 وجود ندارد. مثلاً اینکه در هنگام آرایش ستون یک تکیه گاه جانبی در

وسط ارتفاع (L/2) پیش بینی شود (شکل اول)، در این صورت

بعد از تکیه گاه بار P به مقدار Pcr1 رسد ستون نمی تواند به شکل مود اول

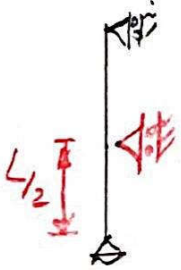
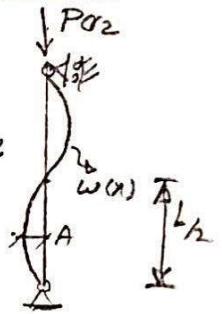
کمانش کند و می تواند مقدار P را از Pcr1 بیشتر کند تا آنکه به محض

رسیدن به Pcr2، ستون در مود دوم کمانش خواهد کرد.

نیز باید که تکیه گاه، مابقی تحمل بار کند تا چنانچه است و بعد از رسیدن نیروی P از Pcr1

به مقدار تکیه گاه را برداشت و تا رسیدن به Pcr2 دیگر به وجود آن نیازی نیست.

نقش تکیه گاه فقط یک لحظه مانده به Pcr1 و یک لحظه بعد از آن است.

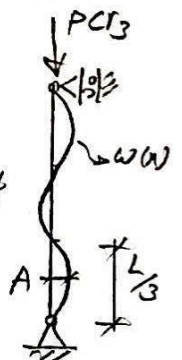


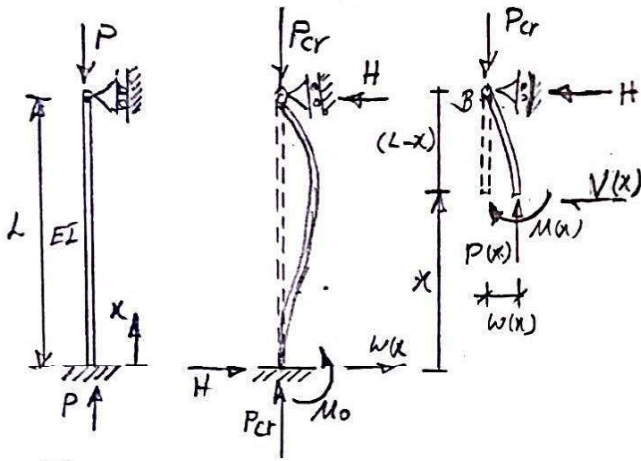
$$n=3 \rightarrow \alpha L = 3\pi \Rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{L} \rightarrow w(x) = A \sin \frac{3\pi x}{L}$$

$$P_{cr3} = \frac{9\pi^2 EI}{L^2} = 9 \times P_{cr1}$$

شکل کمانش مود سوم

$$P_{crn} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \leftarrow n = 1, 2, 3, \dots$$





حالت (۲) ستون یک طرفه تار و یک طرف مفصل

$P_{cr} = ? , H = ? , M_0 = H \cdot L$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow V(x) = H$   
 $\sum F_y = 0 \Rightarrow p(x) = P_{cr}$

$\sum M_B = 0 \Rightarrow P(x) \cdot w(x) - V(x)(L-x) - M(x) = 0$

$P_{cr} \cdot w(x) - H(L-x) + EI w''(x) = 0$

$EI w''(x) + P_{cr} \cdot w(x) = H(L-x)$  معادله اینفرینیتیمال کی نشانی ستون یک طرفه گیره طرفه و یک طرف مفصلی.

$w''(x) + \frac{P_{cr}}{EI} w(x) = \frac{H}{EI} (L-x)$   
 $\alpha^2 = \frac{P_{cr}}{EI} \Rightarrow w''(x) + \alpha^2 w(x) = \frac{H}{EI} (L-x)$

- جواب هگن

$w_h''(x) + \alpha^2 w_h(x) = 0 \Rightarrow w_h(x) = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$

- جواب خصوصی

$w_p''(x) + \alpha^2 w_p(x) = \frac{H}{EI} (L-x)$   
 $\Rightarrow w_p(x) = C_1 + C_2 x$   
 $0 + \alpha^2 (C_1 + C_2 x) = \frac{H}{EI} L - \frac{H}{EI} x$   
 $\alpha^2 C_1 + \alpha^2 C_2 x = \frac{HL}{EI} - \frac{H}{EI} x \Rightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{HL}{\alpha^2 EI} \\ C_2 = \frac{-H}{\alpha^2 EI} \end{cases}$

$\Rightarrow w_p(x) = \frac{H}{EI \alpha^2} (L-x) = \frac{H}{P_{cr}} (L-x)$

$w(x) = w_h(x) + w_p(x) = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x + \frac{H}{P_{cr}} (L-x)$  - جواب عمومی :

برای تعیین سه مجهول A و B و H سه شرط مرزی نیاز داریم :

at  $x=L$ :  $w(L) = 0 \Rightarrow B + \frac{H \cdot L}{P_{cr}} = 0 \Rightarrow B = \frac{-HL}{P_{cr}}$  (1)

at  $x=0$ :  $w'(0) = 0$  شیب صفر است.  
 $w'(x) = \alpha A \cos \alpha x - B \alpha \sin \alpha x - \frac{H}{P_{cr}}$   
 $\Rightarrow \alpha A - \frac{H}{P_{cr}} = 0 \Rightarrow A = \frac{H}{\alpha \cdot P_{cr}}$  (2)

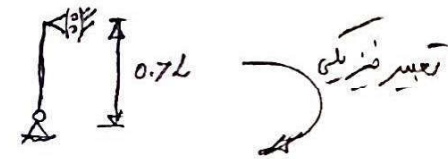
at  $x=L$ :  $w(L) = 0 \Rightarrow A \sin \alpha L + B \cos \alpha L = 0 \Rightarrow \tan \alpha L = \frac{-B}{A}$  (3)

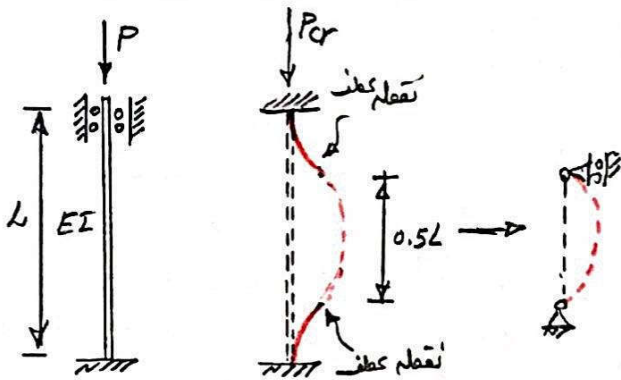
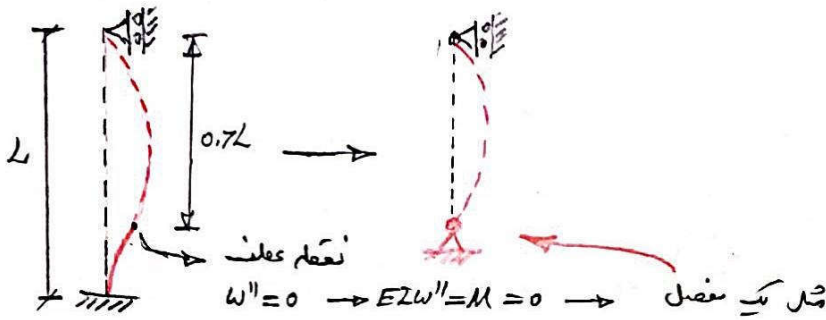
(1), (2), (3)  $\Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha L = \alpha L \\ z = \alpha L \end{cases} \Rightarrow \tan z = z$  حل عددی  
تند  
 $\Rightarrow z = 4.493$

دقت شود z بر حسب رادین باشد

بارکشی مود اول  $\alpha L = 4.493 \Rightarrow \alpha^2 L^2 = 4.493^2 \rightarrow P_{cr} = \frac{4.493^2 EI}{L^2}$

(بارکشی ستون تقریباً دو برابر بارکشی اول است)  $P_{cr} = 2.04 \times \frac{\pi^2 EI}{L^2}$

$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(0.7L)^2}$  تغییر فیزیکی 

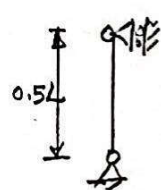


حالت ۳) ستون دو طرف گیردار

با تحلیل و حل معادله دفرانسیل و اعمال شرایط مرزی  
 باید به دستبند صفر در ابتدا و انتهای ستون ؛  
 $w(0) = w'(0) = w(L) = w'(L) = 0$   
 بارکشی (مود اول) بدست می آید :

$P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$

یعنی در این حالت بارکشی ۴ برابر بارکشی اول (ستون در سه مفصل است).

$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5L)^2}$  

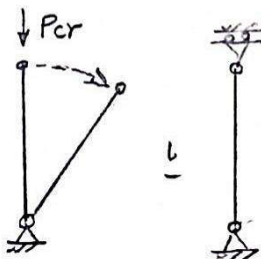
تغییر فیزیکی این موضوع را بدان در  
 منحنی تغییر شکل و فواصل نقطه  
 عطف و  $w''=0$  ملاحظه کرد.



- در مثالهای سه حالت قبل، دو انتهای ستون در هنگام گمانش، طرازی جانبی انتهای (جانبی) عمود بر محور عرضی نبوده. به این حالت سازه‌های "بدون انتقال جانبی" یا "مباربندی شده" یا Non-sway می‌گویند.

- متناظر با سه حالت قبل می‌توان سه حالت زیر را در نظر گرفت که در آن انتقال جانبی در هنگام گمانش اتفاق برآمده. به این حالت سازه‌های "با انتقال جانبی" یا "مباربندی نشده" یا Sway می‌گویند.

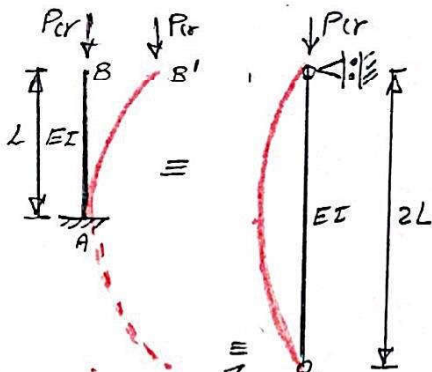
حالت ۱) ستون دو طرف مفصل با امکان حرکت جانبی



مشخص است که در این شرایط ستون حالت ناماییدار دارد و با اندک نیروی وارثه‌ای ریزد  $P_{cr} = 0$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\infty L)^2}$$

حالت ۲) ستون یک طرف گیرنده و یک طرف آزاد

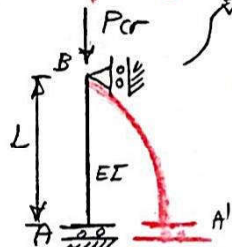


با نوشتن معادله دینامیک نتیجه می‌شود:  $P_{cr} = \frac{0.25 \pi^2 EI}{L^2}$

این رابطه را می‌توان به شکل  $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(2L)^2}$  نوشت.

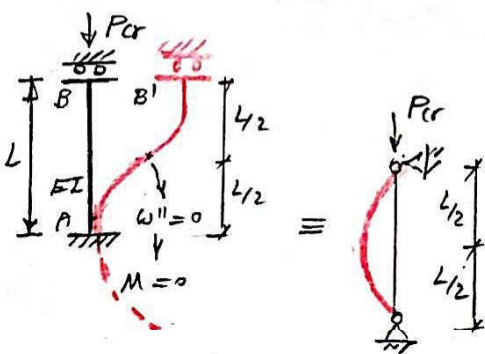
یعنی بارگمانش در این حالت معادل بارگمانش ستون به طول 2L است.

حالت ۲) ستون یک طرف مفصل و یک طرف گیرنده غلتکی



در این حالت نیز بارگمانش معادل حالت ۲) است.  $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(2L)^2}$

حالت ۳) ستون یک طرف گیرنده و یک طرف گیرنده غلتکی



بارگمانش در این حالت عبارت است از:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(L_e)^2} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

جمع بندی بخش حالت اول:  $P_{cr} = 0$

$L_e = KL =$  طول ستون در مفصل معادل = طول مؤثر ستون  
 ستون با شرایط تکیه‌گاه  
 مورد نظر  
 $K =$  ضریب طول مؤثر

## Effective Length Factor

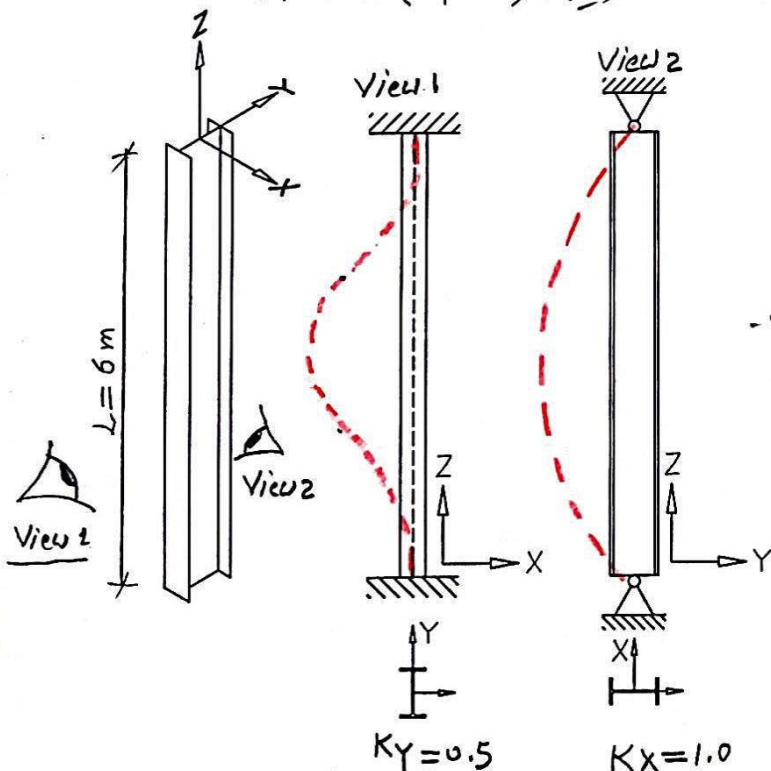
| Sway    |         |            | Non-Sway |         |         |   |
|---------|---------|------------|----------|---------|---------|---|
|         |         |            |          |         |         | $E = 200,000 \text{ MPa}$<br>$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$ |
| $K=1.0$ | $K=2.0$ | $K=\infty$ | $K=0.5$  | $K=0.7$ | $K=1.0$ | Theoretical   |
| 1.2     | 2.1     | 2.0        | —        | 0.65    | 0.8     | 1.0   |
|         |         |            |          |         |         | Experimental  |

مثال ۱ - بارکشی الاستیک خمشی ستونی به طول  $L=6m$  از مقطع  $\pm PBm-300$  با بدست آوردن استون حول هر دو محور  $X$  و  $Y$  بصورت دوسره مفصل است.  $[I_x = 25170 \times 10^4 \text{ mm}^4, I_y = 8560 \times 10^4]$   $\pm PBm-300$

→ الف) گمانش حول محور  $X$  ها:  $P_{crx} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_x L)^2} \xrightarrow{K_x=1.0} P_{crx} = 13,801 \text{ KN}$

→ ب) گمانش حول محور  $Y$  ها:  $P_{cry} = \frac{\pi^2 E I_y}{(K_y L)^2} \xrightarrow{K_y=1.0} P_{cry} = 4,694 \text{ KN} < P_{crx}$  بنابراین گمانش ستون حول محور  $Y$  ها تعیین کننده است.

مثال ۲ - در مثال قبل اگر وضعیت کلیه گمانش ستون برای گمانش خمشی حول محور  $X$  ها بصورت دوسره مفصل ( $K_x=1.0$ ) و برای گمانش خمشی حول محور  $Y$  ها بصورت دوسره گیردار ( $K_y=0.5$ ) باشد، بارکشی الاستیک خمشی را محاسبه کنید.



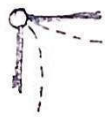
$$P_{crx} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_x L)^2} = 13,801 \text{ KN}$$

$$P_{cry} = \frac{\pi^2 E I_y}{(K_y L)^2} = 18,774 \text{ KN} > P_{crx}$$

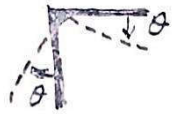
بنابراین گمانش حول محور  $X$  ها تعیین کننده است.



در ساختمان‌های واقعی نسبت به حالت اِلاستیک گفتم شده سروکار داریم و ستونها داخل قابهای سازه قرار دارند. اتصال تیرها به ستونها درجاها معمولاً به صورت مفصلی یا صلب است.

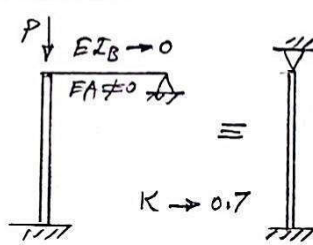
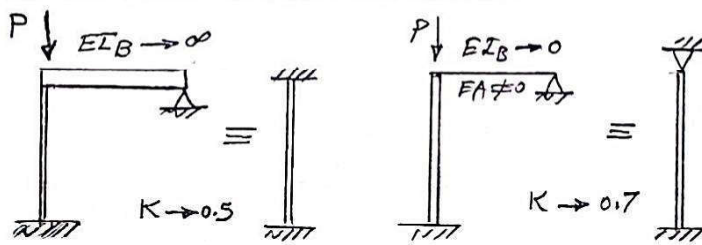


در اتصال مفصلی دوران تیر و ستون مستقل صورت می‌گیرد و تلاطم در گانده برین نباشد.

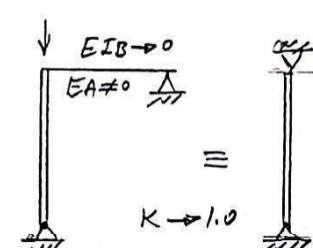
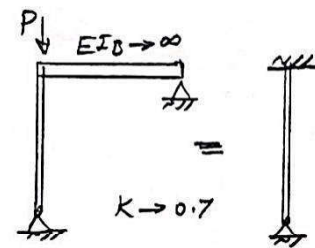


اما در اتصالات صلب دوران تیر و ستون برابر است مگر آنرا که اگر مثلاً تلاطم بین تیر و ستون قبل از خس و در هم بسته بعد از خس نیز همین تلاطم حفظ می‌شود.

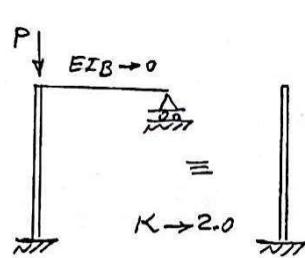
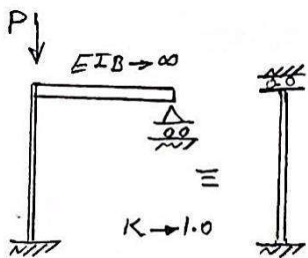
برای محاسبه بار کم‌خس ستون درجاها بتوان از روش دقیق حل معادلات دیفرانسیل (دستگاه معادلات دیفرانسیل رتبه دوم خطی) استفاده کرد. نتایج عملیات حجم بسیار زیادی خواهد داشت و مناسب کارهای عملی نیست.



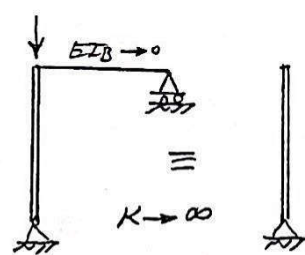
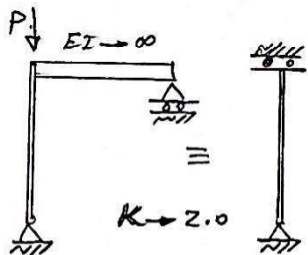
- ستون بدون اتصال چینی. Non-Sway  
ملاحظه می‌شود هر چه قدر سختی تیر بیشتر باشد K کوچکتر می‌شود.



برای ستون‌های بدون اتصال چینی:  
 $0.5 \leq K \leq 1.0$

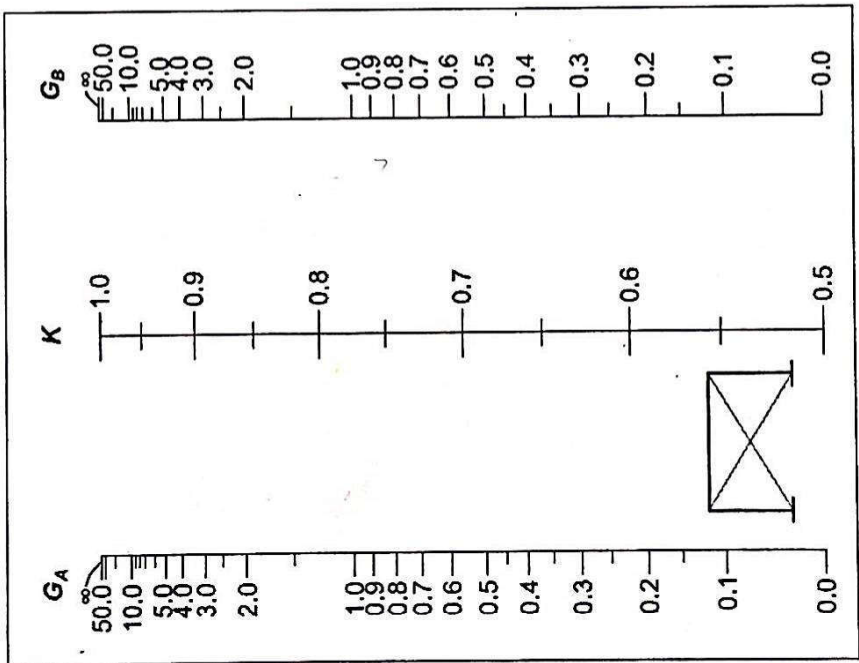
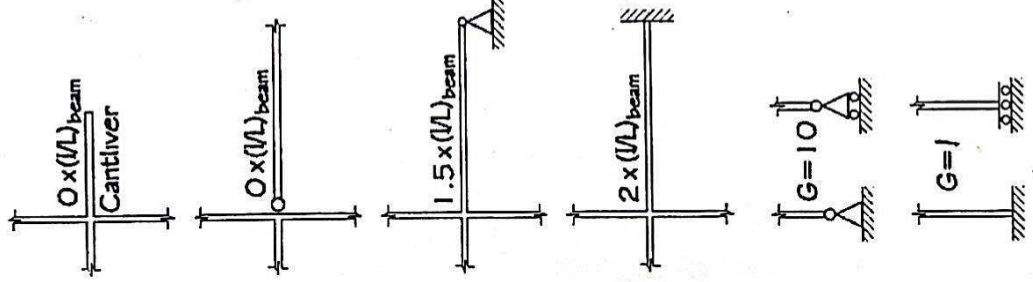


- ستون Sway  
در این حالت هم سختی بیشتر تیر K کمتر



برای ستون‌های با اتصال چینی:  
 $K \geq 1.0$

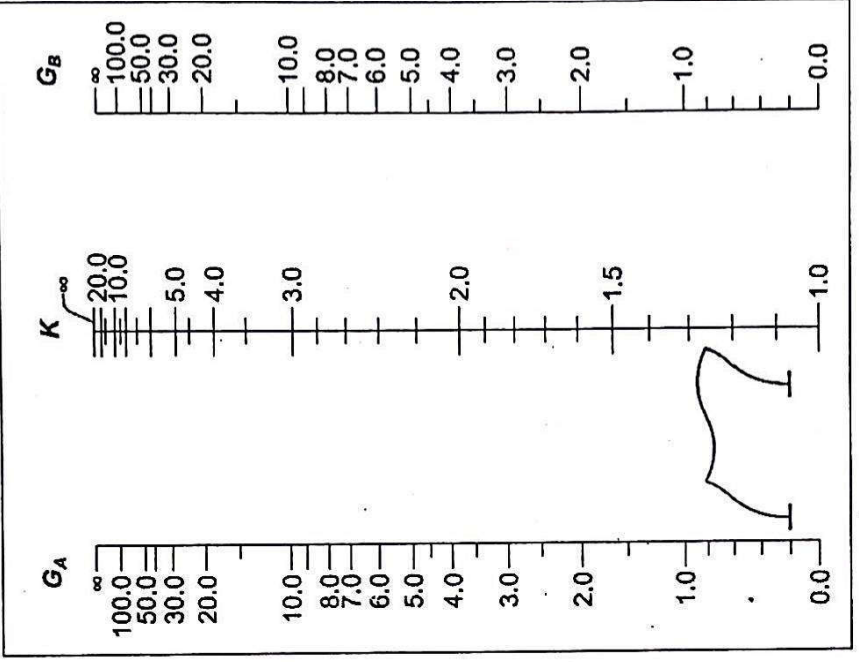
$$G = \frac{\sum(EI/L)_{\text{column}}}{\sum(EI/L)_{\text{beam}}} = \frac{\sum(I/L)_{\text{column}}}{\sum(I/L)_{\text{beam}}}$$



(a) Sidesway inhibited frame (braced frame)  
(Nonsway Frame)

$$\frac{G_A G_B}{4} (\pi/K)^2 + \left( \frac{G_A + G_B}{2} \right) \left( 1 - \frac{\pi/K}{\tan(\pi/K)} \right) + \frac{2 \tan(\pi/2K)}{(\pi/K)} - 1 = 0$$

$$K = \frac{3G_A G_B + 1.4(G_A + G_B) + 0.64}{3G_A G_B + 2(G_A + G_B) + 1.28}$$

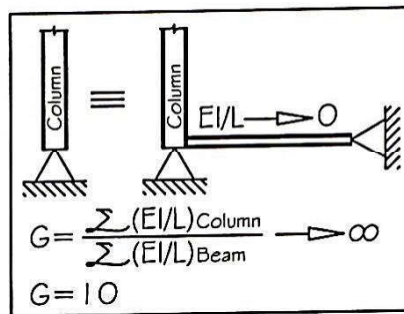
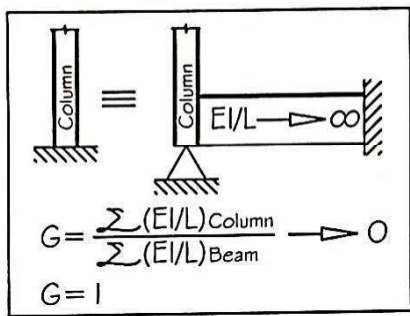
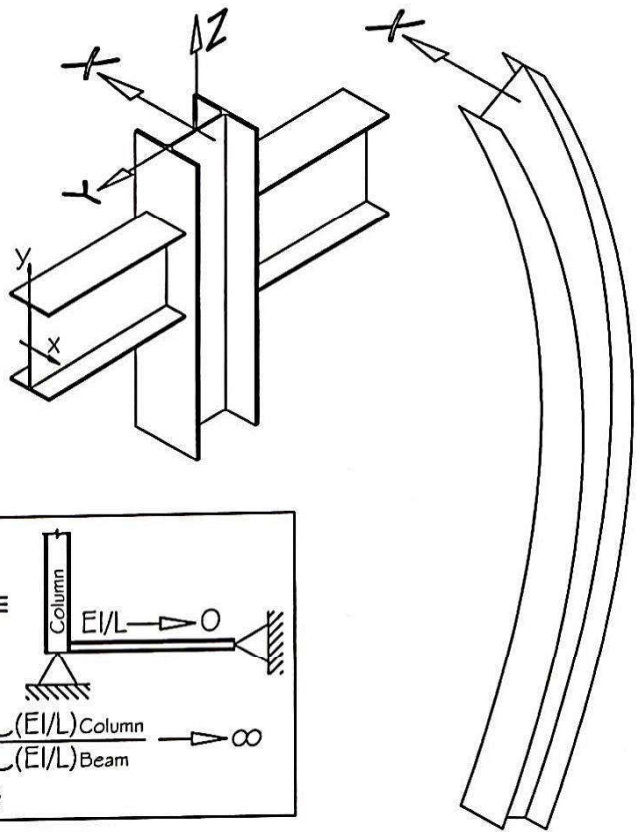
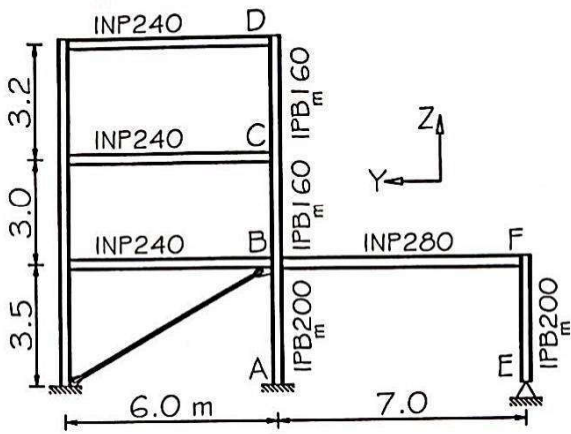


(b) Sidesway uninhibited frame (moment frame)  
(Sway Frame)

$$\frac{G_A G_B (\pi/K)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} - \frac{(\pi/K)}{\tan(\pi/K)} = 0$$

$$K = \sqrt{\frac{1.6G_A G_B + 4(G_A + G_B) + 7.5}{(G_A + G_B) + 7.5}} \geq 1.0$$

مثال - ضریب طول مؤثر  $K_x$  ستونهای شصت شده قاب زیر را بدست آورید .



IPB<sub>m</sub>-200 ( $I_x = 5700 \times 10^4 \text{ mm}^4$ ,  $I_y = 2000 \times 10^4$ ), IPB<sub>m</sub>-160 ( $I_x = 2490 \times 10^4$ ,  $I_y = 889$ )

$x$ -I INP240 ( $I_x = 4250 \times 10^4$ ,  $I_y = \dots$ ), INP280 ( $I_x = 7590 \times 10^4$ ,  $I_y = \dots$ )

با توجه به وجود دیننده صلح لول (از نظر کیفی نظیر بر) این طبقه مارپیچی شده و سایر طبقات (از نظر کیفی) مارپیچی نشده هستند.

الف) ستون AB :

$$G_A = 1$$

$$G_B = \frac{\frac{5700 \times 10^4}{3.5 \times 10^3} + \frac{2490 \times 10^4}{3.0 \times 10^3}}{\frac{4250 \times 10^4}{6.0 \times 10^3} + \frac{7590 \times 10^4}{7.0 \times 10^3}} = 1.37 \rightarrow K_x = 0.8$$

ب) ستون BC :

$$G_B = 1.37$$

$$G_C = \frac{\frac{2490}{3} + \frac{2490}{3.2}}{\frac{4250}{6}} = 2.27 \rightarrow K_x = 1.55$$

ج) ستون CD :

$$G_C = 2.27$$

$$G_D = \frac{2490/3.2}{4250/6} = 1.1 \rightarrow K_x = 1.5$$

د) ستون EF :

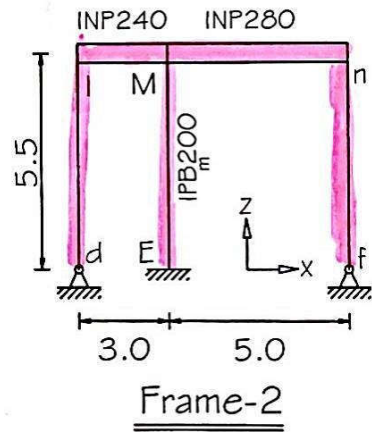
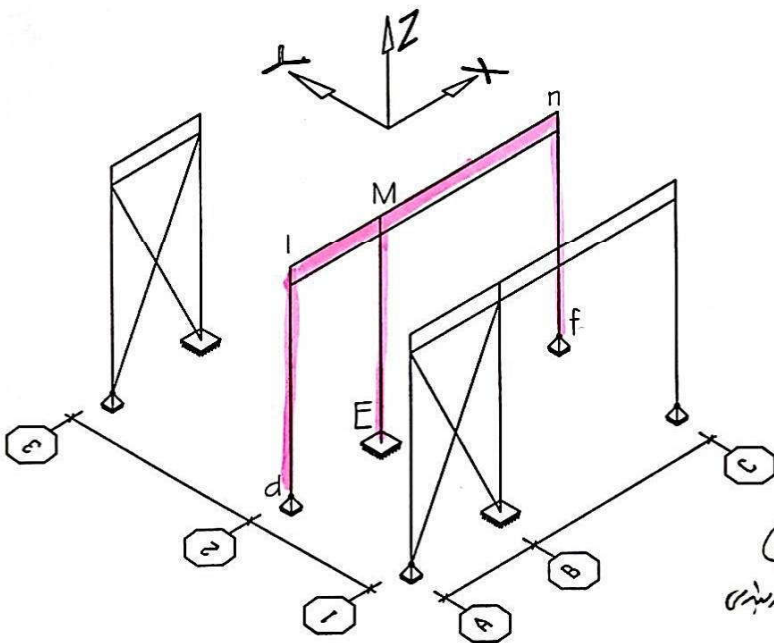
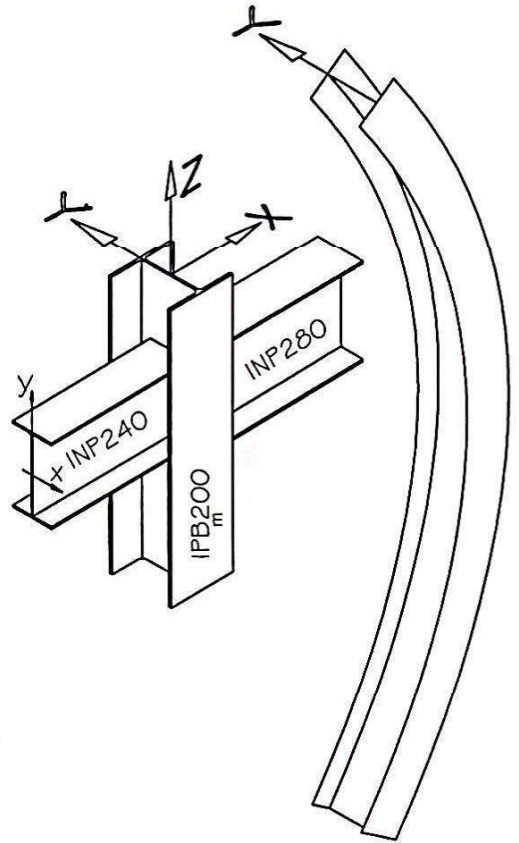
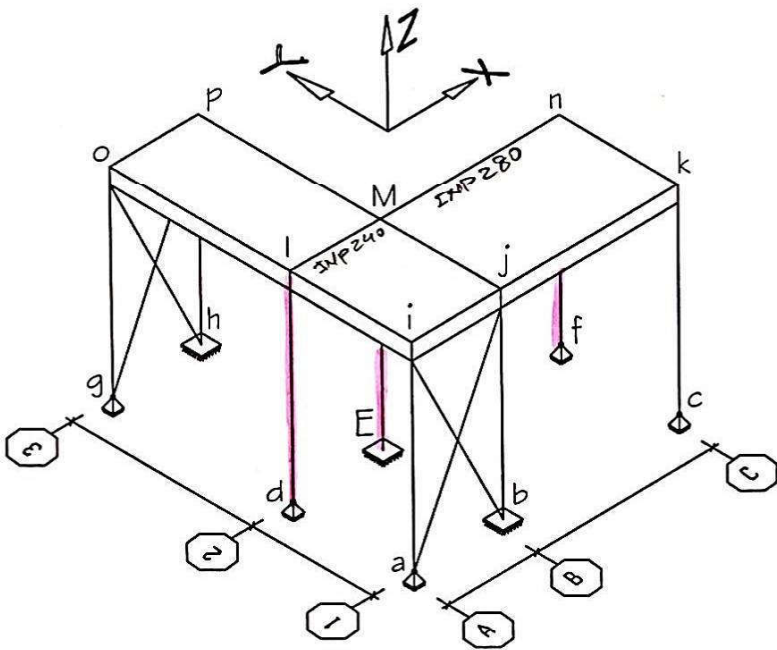
$$G_E = 10$$

$$G_F = \frac{5700/3.5}{7590/7.0} = 1.5$$

$$K_x = 2.0$$

$$K_x = \frac{3 \times 10 \times 1.5 + 1.4(10 + 1.5) + 0.64}{3 \times 10 \times 1.5 + 2(10 + 1.5) + 1.28} = 2.02$$

مثال - ضریب طول مؤثر  $K_y$  سون EM را حساب کنید.



با بررسی کیفی و وجود قابهای دینامی شده ① و ②  
 کل ستونهای ساختمان برابر جهت X (حول Y) ناریندی  
 شده هسند.

$$I_{PB200} = 2000 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_{INP240} = 4250 \times 10^4$$

$$I_{INP280} = 7590 \times 10^4$$

$$G_E = 1$$

$$G_M = \frac{2000/5.5}{\frac{4250}{3} + \frac{7590}{5}} = 0.1 \rightarrow K_y = 0.65$$

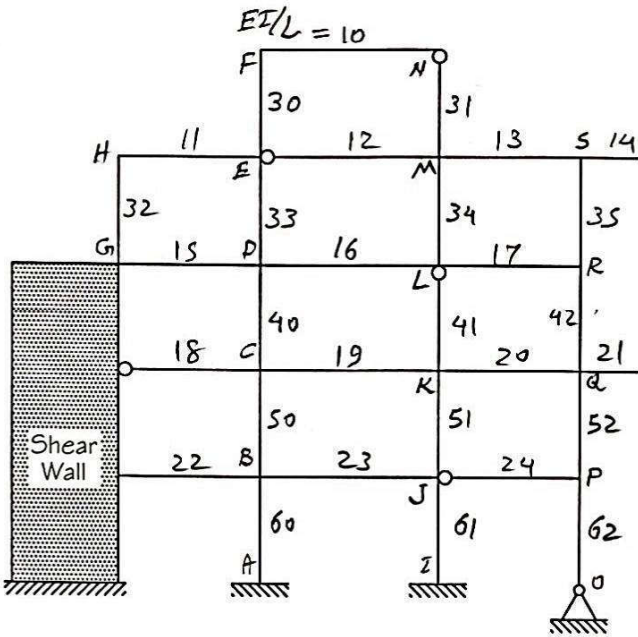
!؟ توضیح

مثال - ضریب طول موثر ستونهای قاب زیر را بدست آورید -

با توجه به ضرایب داده شده  $\frac{EI}{L}$  اعضا است

با توجه به وجود دیوار برشی - بصورت کفین ←

ستونهای سه طبقه لول مار بندین شده (ویسوا - ۱۰۰۱) و ستونهای دو طبقه آخر مهار بندی نشده (Sway) هستند.



$$G_O = 10 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون OP} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_P = \frac{62 + 52}{1.5 \times 24} = 3.2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{NS} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_P = 3.2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون PQ} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_Q = \frac{52 + 42}{20 + 0 \times 21} = 4.7 \quad \left. \begin{array}{l} \text{NS} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_Q = 4.7 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون QR} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_R = \frac{42 + 35}{17} = 4.5 \quad \left. \begin{array}{l} \text{NS} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_R = 4.5 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون RS} \\ \text{S} \end{array} \right\} K =$$

$$G_S = \frac{35}{13 + 0 \times 14} = 2.7 \quad \left. \begin{array}{l} \text{S} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_A = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون AB} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_B = \frac{60 + 50}{2 \times 22 + 23} = 1.64 \quad \left. \begin{array}{l} \text{NS} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_B = 1.64 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون BC} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_C = \frac{50 + 40}{1.5 \times 18 + 19} = 1.96 \quad \left. \begin{array}{l} \text{NS} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_C = 1.96 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون CD} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_D = \frac{40 + 33}{2 \times 15 + 16} = 1.6 \quad \left. \begin{array}{l} \text{NS} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_D = 1.6 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون DE} \\ \text{S} \end{array} \right\} K =$$

$$G_E = \frac{33 + 30}{11 + 0 \times 12} = 5.7 \quad \left. \begin{array}{l} \text{S} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_E = 5.7 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون EF} \\ \text{S} \end{array} \right\} K =$$

$$G_F = \frac{30}{10} = 3 \quad \left. \begin{array}{l} \text{S} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_G = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون GH} \\ \text{S} \end{array} \right\} K =$$

$$G_H = \frac{32}{11} = 2.9 \quad \left. \begin{array}{l} \text{S} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_I = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون IJ} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_J = \frac{61 + 51}{23 + 0 \times 24} = 4.9 \quad \left. \begin{array}{l} \text{NS} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_J = 4.9 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون JK} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_K = \frac{51 + 41}{19 + 20} = 2.4 \quad \left. \begin{array}{l} \text{NS} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_K = 2.4 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون KL} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_L = 10 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون LM} \\ \text{NS} \end{array} \right\} K =$$

$$G_L = \frac{34}{16 + 17} = 1.0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون LM} \\ \text{S} \end{array} \right\} K =$$

$$G_M = \frac{34 + 31}{0.5 \times 12 + 13} = 3.4 \quad \left. \begin{array}{l} \text{S} \\ \text{K} = \end{array} \right\}$$

$$G_M = 3.4 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون MN} \\ \text{S} \end{array} \right\} K =$$

$$G_N = 10 \quad \left. \begin{array}{l} \text{ستون NO} \\ \text{S} \end{array} \right\} K =$$

جمع بندی - بارگشت خشی الاستیک اعصاب فشاره (سکونا)  $P_{cr}$

کام اول (تعیین راسته که منوطیم بارگشت خشی الاستیک را برای آن تعیین کنیم). (نلا راسته  $x$  یعنی کمانته حول  $y$ ) یا (راست  $y$  کمانته حول  $x$ )

کام دوم (بررسی وضعیت مارپیچه برای راسته مورد نظر. نلا اگر بخواهیم  $P_{crx}$  را تعیین کنیم (کمانته حول  $x$ ) باید در راسته  $y$  (درصه  $yz$ )  $n$  ستون مورد نظر نگاه کنیم و وضعیت مارپیچه  $z$  را تعیین کنیم

رشتی لول: رشتی کنیم

$B_2 \leq 1.1$  صلح مورد نظر (ملا سکونا) مارپیچه شده و  $B_2 > 1.1$  نشه و لولای

دستی دوم: معده ضرب  $B_2$

کام سوم (معده ضرب  $G_A$  و  $G_B$  را در اولین ستون مورد نظر) تعیین  $K$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{فول تقریبی} \\ \text{نویزانه} \\ \text{فول کتر تقریبی} \end{array} \right.$

کام چهارم (معده بارگشت: نلا)  $P_{crx} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L)^2}$  و  $P_{cry} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L)^2}$

در بعضی موارد ممکن است طول واقعی  $L$  برای دو راسته مختلف برابر نباشد. بنابراین

تبراست بنویسیم:  $P_{crx} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2}$  و  $P_{cry} = \frac{\pi^2 EI_y}{(K_y L_y)^2}$

تعیین تنش کمانته خشی الاستیک  $F_e = F_{cre}$  تنش اولر

با تقسیم بارگشت بر سطح مقطع عضو (A) داریم:

$$F_e = F_{cre} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2 \cdot A} = \frac{\pi^2 E}{(KL)^2} \times \left(\frac{I}{A}\right)$$

بعاطر داریم:  $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$  شعاع ژیراسیون، بنابراین:

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{(KL)^2} \times r^2 = \frac{\pi^2 E}{(KL)^2 \times \frac{1}{r^2}} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{KL}{r}\right)^2} \Rightarrow \boxed{F_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}}$$

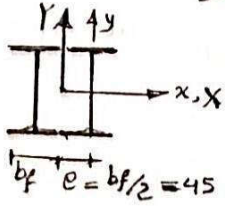
تعریف  $\lambda = \frac{KL}{r}$  ضریب لانری  $\rightarrow$

تنش کمانته خشی الاستیک  $F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} \rightarrow \lambda_x = \frac{K_x L_x}{r_x}$  ضریب لانری حول  $x$

" " " "  $F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} \rightarrow \lambda_y = \frac{K_y L_y}{r_y}$  ضریب لانری حول  $y$

## تعیین تنش کمانش غشی الاستیک ستون ها

شال ۱. ستون با مقطع  $2 \times I_{NP200}$  چسبیده به طول  $L = 3.5 \text{ m}$  حول هر دو محور  $x$  و  $y$  در سر مفصل.



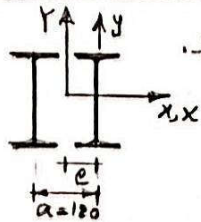
معماری مشخصات مقطع ،  $I_{NP200} [r_x = 80 \text{ mm} , r_y = 18.7 \text{ mm} , b_f = 90 \text{ mm}]$

$2 \times I_{NP200} \rightarrow r_x = r_x = 80 \text{ mm} , r_y = \sqrt{r_y^2 + e^2} = 48.7 \text{ mm}$

- تعیین ضرایب طول موثر : حول هر دو محور در سر مفصل  $\rightarrow K_x = K_y = 1.0$

- تعیین ضرایب لانه‌ری و تنش کمانش غشی الاستیک :  $\lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = 43.75 \rightarrow F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} = 1031 \text{ MPa}$

کمانش حول  $y$  تعیین کننده است :  $\lambda_y = \frac{K_y \cdot L}{r_y} = 71.87 \rightarrow F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = 382 \text{ MPa}$



شال ۲. شال ۱. ولی مقطع  $2 \times I_{NP200}$  با فاصله  $a = 120 \text{ mm}$  ، مقطع یکبار بزرگتر از شال ۱.

$e = a/2 = 60 \text{ mm}$

$r_x = r_x = 80 \text{ mm} , r_y = \sqrt{r_y^2 + e^2} = 62.85 \text{ mm}$

$\lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = 43.75 \rightarrow F_{ex} = 1031 \text{ MPa}$

کمانش حول  $y$  تعیین کننده است .  $\lambda_y = \frac{K_y \cdot L}{r_y} = 55.69 \rightarrow F_{ey} = 637 \text{ MPa}$

شال ۳. شال ۲ ولی فاصله  $a = 200 \text{ mm}$  .

$e = \frac{a}{2} = 100 \text{ mm}$

$r_x = r_x = 80 \text{ mm} , r_y = \sqrt{r_y^2 + e^2} = 101.7 \text{ mm}$

$\lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = 43.75 \rightarrow F_{ex} = 1031 \text{ MPa}$

کمانش حول  $x$  تعیین کننده است .

$\lambda_y = \frac{K_y \cdot L}{r_y} = 34.41 \rightarrow F_{ey} = 1667 \text{ MPa}$

شال ۴. شال ۲ و ۳ ، مقدار فاصله  $a$  لازم برای تعیین کننده کمانش حول هر دو محور  $x$  و  $y$  هر دو اتفاق بیفتد ،

$F_{ex} = F_{ey} \Rightarrow \lambda_x = \lambda_y \Rightarrow \frac{K_x \cdot L}{r_x} = \frac{K_y \cdot L}{r_y} \xrightarrow{K_x = K_y = 1.0} r_x = r_y \quad (r_x = r_y)$

$80 \text{ mm} = \sqrt{18.7^2 + (\frac{a}{2})^2} \rightarrow \boxed{a = 155.7 \text{ mm}} \rightarrow$  در جدول استال  $a_1 = 156 \text{ mm}$  برای  $I_{NP200}$

شال ۵. شال ۳ و ۴ ، در صورتی که ستون حول هر دو محور  $x$  و  $y$  در سر مفصل ( $K_x = 1.0$ ) و حول هر دو محور

یک طرف گیرنده و یک طرف آزاد ( $K_y = 2.0$ ) باشد ، مقدار فاصله  $a$  لازم برای تعیین کننده کمانش حول هر دو محور

هر دو اتفاق بیفتد .

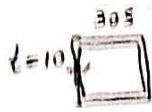
$F_{ex} = F_{ey} \Rightarrow \lambda_x = \lambda_y \Rightarrow \frac{K_x \cdot L}{r_x} = \frac{K_y \cdot L}{r_y}$

$\frac{1 \times L}{80} = \frac{2 \times L}{r_y} \Rightarrow r_y = 160 \text{ mm} = \sqrt{18.7^2 + (\frac{a}{2})^2} = \sqrt{18.7^2 + (\frac{a}{2})^2} \Rightarrow \boxed{a = 317.8 \text{ mm}}$

مثال ۴. ستون به طول  $L=3.5$  متر، حول هر دو محور  $x$  و  $y$  در سه وضعیت  $(K_x=K_y=1.0)$  با مقطع در نظر بگیریم و برای آن تنش کششی  $\sigma$  را تعیین کنیم.

الف) مقطع  $2INP 400 [A=118 \times 10^2 \text{ mm}^2, r_x=157 \text{ mm}, r_y=31.3]$

ب) مقطع  $IPB_m-260 [A= \dots, r_x=112, r_y=65.8]$



ج) مقطع  $305 \times 10 [A= \dots, r_x=r_y=120.5 \text{ mm}]$

د) مقطع  $542 \times 5.5 [A= \dots, r_x=r_y=219 \text{ mm}]$

حل: - برای مقطع  $2INP-400$

$\lambda_x = 22.3 \rightarrow F_{ex} = 3969 \text{ MPa}$

$\lambda_y = 111.8 \rightarrow F_{ey} = 158$  تعیین کننده

- برای مقطع  $IPB_m-260$

$\lambda_x = 31.25 \rightarrow F_{ex} = 2021$

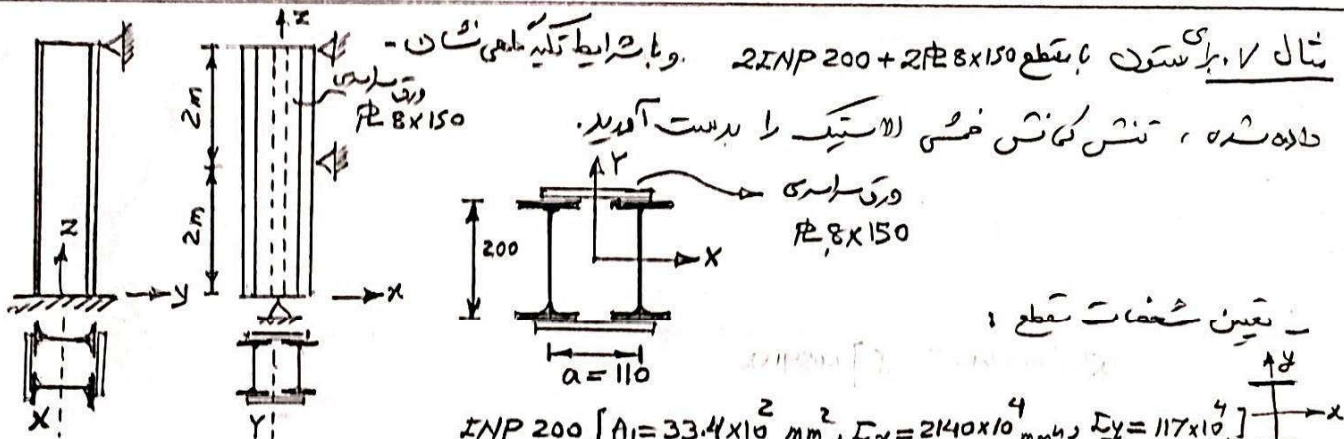
$\lambda_y = 53.2 \rightarrow F_{ey} = 697$  تعیین کننده

- برای مقطع  $305 \times 10$

$\lambda_x = \lambda_y = 29.05 \rightarrow F_{ex} = F_{ey} = 2339$

- برای مقطع  $542 \times 5.5$

$\lambda_x = \lambda_y = 16.0 \rightarrow F_{ex} = F_{ey} = 7711$



$2INP 200 + 2FE 8 \times 150$

$A = 2A_1 + 2 \times 8 \times 150 = 9080 \text{ mm}^2$

$I_x = 2I_x + 2 \left( \frac{1}{12} \times 150 \times 8^3 + (8 \times 150) \left( \frac{200}{2} + \frac{8}{2} \right)^2 \right) = 68,771,200 \text{ mm}^4$

$I_y = 2 \left( I_y + 33.4 \times 10^2 \left( \frac{110}{2} \right)^2 \right) + 2 \times \frac{1}{12} \times 8 \times 150^3 = 27,047,000$

$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = 87.0 \text{ mm}$  ,  $r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = 54.6 \text{ mm}$

$\lambda_x = \frac{K_x \cdot L_x}{r_x} = \frac{0.7 \times 4000}{87.0} = 32.2 \rightarrow F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} = 1037 \text{ MPa}$

$\lambda_y = \frac{K_y \cdot L_y}{r_y} = \frac{1 \times 2000}{54.6} = 36.6 \rightarrow F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = 1474 \text{ MPa}$  تنش مول  $\lambda$  تعیین کننده است



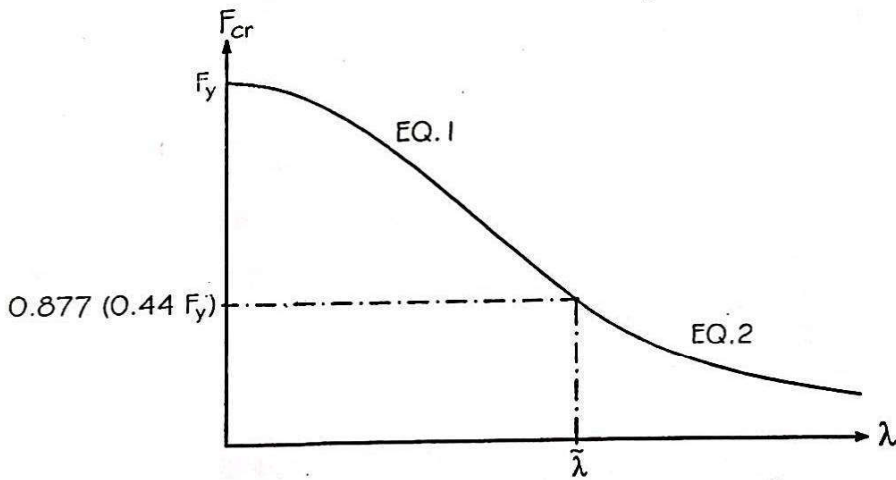
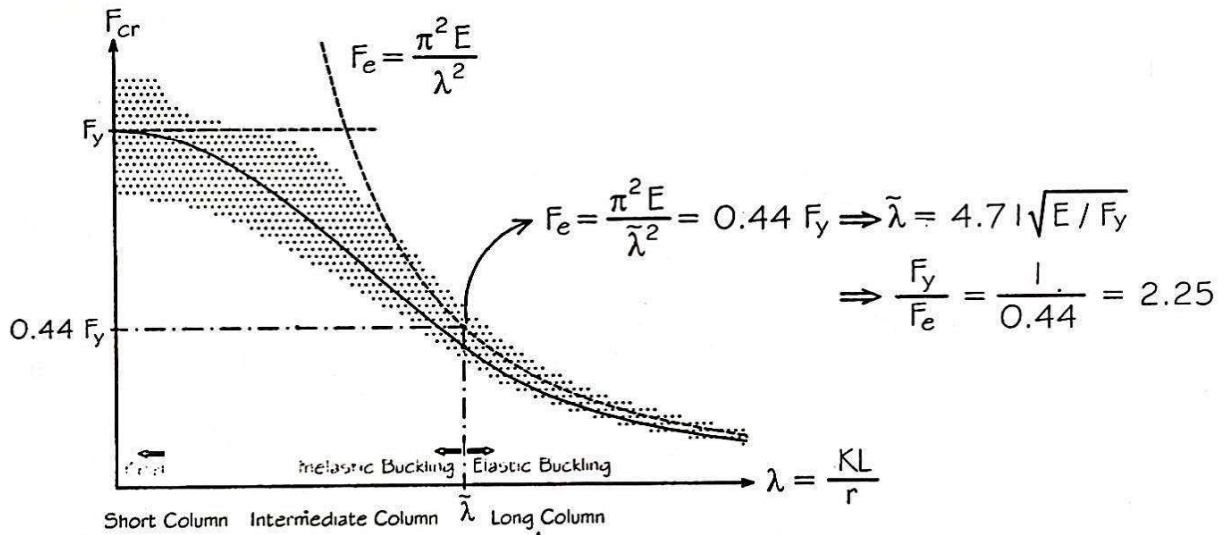
Check:  $P_u \leq \phi_c P_n$

- $P_u$  = Required Compressive Strength
- $P_n$  = Nominal Compressive Strength
- $\phi_c = 0.9$  Resistance Factor
- $\phi_c P_n$  = Design Compressive Strength

$$P_n = \text{Min} \begin{cases} P_n = F_{cr} A_g & (\text{Limit State of Flexural Buckling}) \\ \hat{P}_n = \hat{F}_{cr} A_g & (\text{Limit State of Flexural-Torsional and Torsional Buckling}) \end{cases}$$

$A_g$  = Gross Area of Member Section

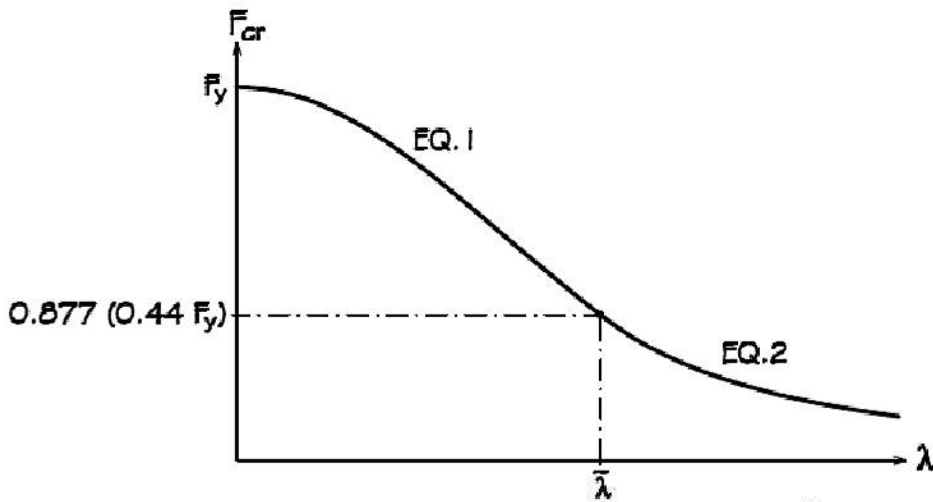
Flexural Buckling:



Flexural Buckling Stress

$$\begin{cases} \text{if } \lambda \leq \tilde{\lambda} \Rightarrow F_{cr} = \left[ 0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] F_y & (\text{EQ.1}) \iff \text{if } \frac{F_y}{F_e} \leq 2.25 \\ \text{if } \lambda > \tilde{\lambda} \Rightarrow F_{cr} = 0.877 F_e & (\text{EQ.2}) \iff \text{if } \frac{F_y}{F_e} > 2.25 \end{cases}$$

$E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$



Flexural Buckling Stress  
 $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$

if  $\lambda \leq \bar{\lambda} \Rightarrow F_{cr} = \left[ 0.658 \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} \right] F_y$  (EQ.1)  $\Leftarrow$  if  $\frac{F_y}{F_e} \leq 2.25$   
 if  $\lambda > \bar{\lambda} \Rightarrow F_{cr} = 0.877 F_e$  (EQ.2)  $\Leftarrow$  if  $\frac{F_y}{F_e} > 2.25$

### جدول $F_{cr}$

$F_y = 235 \text{ MPa}$      $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$      $\bar{\lambda} = 4.71 \sqrt{E/F_y} = 137.4$

| $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ |
|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| 1         | 235.0    | 41        | 216.1    | 81        | 169.5    | 121       | 113.3    | 161       | 66.8     | 201       | 43.3     |
| 2         | 235.0    | 42        | 215.2    | 82        | 168.1    | 122       | 111.9    | 162       | 66.0     | 202       | 43.3     |
| 3         | 234.9    | 43        | 214.3    | 83        | 166.7    | 123       | 110.6    | 163       | 65.2     | 203       | 43.3     |
| 4         | 234.8    | 44        | 213.4    | 84        | 165.3    | 124       | 109.2    | 164       | 64.4     | 204       | 43.3     |
| 5         | 234.7    | 45        | 212.4    | 85        | 164.0    | 125       | 107.9    | 165       | 63.6     | 205       | 43.3     |
| 6         | 234.6    | 46        | 211.5    | 86        | 162.6    | 126       | 106.5    | 166       | 62.8     | 206       | 43.3     |
| 7         | 234.4    | 47        | 210.5    | 87        | 161.2    | 127       | 105.2    | 167       | 62.1     | 207       | 43.3     |
| 8         | 234.3    | 48        | 209.5    | 88        | 159.8    | 128       | 103.9    | 168       | 61.3     | 208       | 43.3     |
| 9         | 234.1    | 49        | 208.5    | 89        | 158.4    | 129       | 102.6    | 169       | 60.6     | 209       | 43.3     |
| 10        | 233.8    | 50        | 207.5    | 90        | 157.0    | 130       | 101.2    | 170       | 59.9     | 210       | 43.3     |
| 11        | 233.6    | 51        | 206.4    | 91        | 155.5    | 131       | 99.9     | 171       | 59.2     | 211       | 43.3     |
| 12        | 233.3    | 52        | 205.4    | 92        | 154.1    | 132       | 98.6     | 172       | 58.5     | 212       | 43.3     |
| 13        | 233.0    | 53        | 204.3    | 93        | 152.7    | 133       | 97.3     | 173       | 57.8     | 213       | 43.3     |
| 14        | 232.7    | 54        | 203.2    | 94        | 151.3    | 134       | 96.0     | 174       | 57.2     | 214       | 43.3     |
| 15        | 232.4    | 55        | 202.1    | 95        | 149.9    | 135       | 94.6     | 175       | 56.5     | 215       | 43.3     |
| 16        | 232.0    | 56        | 201.0    | 96        | 148.5    | 136       | 93.5     | 176       | 55.9     | 216       | 43.3     |
| 17        | 231.6    | 57        | 199.9    | 97        | 147.0    | 137       | 92.2     | 177       | 55.3     | 217       | 43.3     |
| 18        | 231.2    | 58        | 198.7    | 98        | 145.6    | 138       | 90.9     | 178       | 54.6     | 218       | 43.3     |
| 19        | 230.8    | 59        | 197.6    | 99        | 144.2    | 139       | 89.6     | 179       | 54.0     | 219       | 43.3     |
| 20        | 230.4    | 60        | 196.4    | 100       | 142.8    | 140       | 88.3     | 180       | 53.4     | 220       | 43.3     |
| 21        | 229.9    | 61        | 195.2    | 101       | 141.4    | 141       | 87.1     | 181       | 52.8     | 221       | 43.3     |
| 22        | 229.4    | 62        | 194.0    | 102       | 139.9    | 142       | 85.9     | 182       | 52.3     | 222       | 43.3     |
| 23        | 228.9    | 63        | 192.8    | 103       | 138.5    | 143       | 84.7     | 183       | 51.7     | 223       | 43.3     |
| 24        | 228.4    | 64        | 191.6    | 104       | 137.1    | 144       | 83.5     | 184       | 51.1     | 224       | 43.3     |
| 25        | 227.8    | 65        | 190.4    | 105       | 135.7    | 145       | 82.3     | 185       | 50.6     | 225       | 43.3     |
| 26        | 227.2    | 66        | 189.1    | 106       | 134.2    | 146       | 81.2     | 186       | 50.0     | 226       | 43.3     |
| 27        | 226.6    | 67        | 187.9    | 107       | 132.8    | 147       | 80.1     | 187       | 49.5     | 227       | 43.3     |
| 28        | 226.0    | 68        | 186.6    | 108       | 131.4    | 148       | 79.0     | 188       | 49.0     | 228       | 43.3     |
| 29        | 225.4    | 69        | 185.4    | 109       | 130.0    | 149       | 78.0     | 189       | 48.5     | 229       | 43.3     |
| 30        | 224.7    | 70        | 184.1    | 110       | 128.6    | 150       | 76.9     | 190       | 48.0     | 230       | 43.3     |
| 31        | 224.0    | 71        | 182.8    | 111       | 127.2    | 151       | 75.9     | 191       | 47.5     | 231       | 43.3     |
| 32        | 223.3    | 72        | 181.5    | 112       | 125.8    | 152       | 74.9     | 192       | 47.0     | 232       | 43.3     |
| 33        | 222.6    | 73        | 180.2    | 113       | 124.4    | 153       | 74.0     | 193       | 46.5     | 233       | 43.3     |
| 34        | 221.8    | 74        | 178.9    | 114       | 123.0    | 154       | 73.0     | 194       | 46.0     | 234       | 43.3     |
| 35        | 221.1    | 75        | 177.6    | 115       | 121.6    | 155       | 72.1     | 195       | 45.5     | 235       | 43.3     |
| 36        | 220.3    | 76        | 176.2    | 116       | 120.2    | 156       | 71.1     | 196       | 45.1     | 236       | 43.3     |
| 37        | 219.5    | 77        | 174.9    | 117       | 118.8    | 157       | 70.2     | 197       | 44.6     | 237       | 43.3     |
| 38        | 218.7    | 78        | 173.5    | 118       | 117.4    | 158       | 69.3     | 198       | 44.2     | 238       | 43.3     |
| 39        | 217.8    | 79        | 172.2    | 119       | 116.0    | 159       | 68.5     | 199       | 43.7     | 239       | 43.3     |
| 40        | 217.0    | 80        | 170.8    | 120       | 114.7    | 160       | 67.6     | 200       | 43.3     | 240       | 43.3     |

$F_y = 355 \text{ MPa}$      $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$      $\bar{\lambda} = 4.71 \sqrt{E/F_y} = 111.8$

| $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ | $\lambda$ | $F_{cr}$ |
|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| 1         | 355.0    | 41        | 312.8    | 81        | 216.6    | 121       | 118.2    | 161       | 66.8     | 201       | 43.3     |
| 2         | 354.9    | 42        | 310.9    | 82        | 214.0    | 122       | 116.3    | 162       | 66.0     | 202       | 43.3     |
| 3         | 354.8    | 43        | 308.9    | 83        | 211.4    | 123       | 114.4    | 163       | 65.2     | 203       | 43.3     |
| 4         | 354.6    | 44        | 306.9    | 84        | 208.7    | 124       | 112.6    | 164       | 64.4     | 204       | 43.3     |
| 5         | 354.3    | 45        | 304.8    | 85        | 206.1    | 125       | 110.8    | 165       | 63.6     | 205       | 43.3     |
| 6         | 354.0    | 46        | 302.7    | 86        | 203.4    | 126       | 109.0    | 166       | 62.8     | 206       | 43.3     |
| 7         | 353.7    | 47        | 300.6    | 87        | 200.8    | 127       | 107.3    | 167       | 62.1     | 207       | 43.3     |
| 8         | 353.3    | 48        | 298.5    | 88        | 198.2    | 128       | 105.7    | 168       | 61.3     | 208       | 43.3     |
| 9         | 352.8    | 49        | 296.3    | 89        | 195.6    | 129       | 104.0    | 169       | 60.6     | 209       | 43.3     |
| 10        | 352.3    | 50        | 294.1    | 90        | 192.9    | 130       | 102.4    | 170       | 59.9     | 210       | 43.3     |
| 11        | 351.8    | 51        | 291.9    | 91        | 190.3    | 131       | 100.9    | 171       | 59.2     | 211       | 43.3     |
| 12        | 351.2    | 52        | 289.6    | 92        | 187.7    | 132       | 99.4     | 172       | 58.5     | 212       | 43.3     |
| 13        | 350.5    | 53        | 287.3    | 93        | 185.1    | 133       | 97.9     | 173       | 57.8     | 213       | 43.3     |
| 14        | 349.8    | 54        | 285.0    | 94        | 182.5    | 134       | 96.4     | 174       | 57.2     | 214       | 43.3     |
| 15        | 349.0    | 55        | 282.7    | 95        | 180.0    | 135       | 95.0     | 175       | 56.5     | 215       | 43.3     |
| 16        | 348.2    | 56        | 280.4    | 96        | 177.4    | 136       | 93.6     | 176       | 55.9     | 216       | 43.3     |
| 17        | 347.4    | 57        | 278.0    | 97        | 174.8    | 137       | 92.2     | 177       | 55.3     | 217       | 43.3     |
| 18        | 346.4    | 58        | 275.6    | 98        | 172.3    | 138       | 90.9     | 178       | 54.6     | 218       | 43.3     |
| 19        | 345.5    | 59        | 273.2    | 99        | 169.8    | 139       | 89.6     | 179       | 54.0     | 219       | 43.3     |
| 20        | 344.5    | 60        | 270.7    | 100       | 167.2    | 140       | 88.3     | 180       | 53.4     | 220       | 43.3     |
| 21        | 343.4    | 61        | 268.3    | 101       | 164.7    | 141       | 87.1     | 181       | 52.8     | 221       | 43.3     |
| 22        | 342.3    | 62        | 265.8    | 102       | 162.2    | 142       | 85.9     | 182       | 52.3     | 222       | 43.3     |
| 23        | 341.1    | 63        | 263.3    | 103       | 159.7    | 143       | 84.7     | 183       | 51.7     | 223       | 43.3     |
| 24        | 339.9    | 64        | 260.8    | 104       | 157.3    | 144       | 83.5     | 184       | 51.1     | 224       | 43.3     |
| 25        | 338.7    | 65        | 258.3    | 105       | 154.8    | 145       | 82.3     | 185       | 50.6     | 225       | 43.3     |
| 26        | 337.4    | 66        | 255.8    | 106       | 152.4    | 146       | 81.2     | 186       | 50.0     | 226       | 43.3     |
| 27        | 336.0    | 67        | 253.2    | 107       | 150.0    | 147       | 80.1     | 187       | 49.5     | 227       | 43.3     |
| 28        | 334.7    | 68        | 250.6    | 108       | 147.5    | 148       | 79.0     | 188       | 49.0     | 228       | 43.3     |
| 29        | 333.2    | 69        | 248.1    | 109       | 145.2    | 149       | 78.0     | 189       | 48.5     | 229       | 43.3     |
| 30        | 331.7    | 70        | 245.5    | 110       | 142.8    | 150       | 76.9     | 190       | 48.0     | 230       | 43.3     |
| 31        | 330.2    | 71        | 242.9    | 111       | 140.4    | 151       | 75.9     | 191       | 47.5     | 231       | 43.3     |
| 32        | 328.7    | 72        | 240.3    | 112       | 138.0    | 152       | 74.9     | 192       | 47.0     | 232       | 43.3     |
| 33        | 327.1    | 73        | 237.7    | 113       | 135.6    | 153       | 74.0     | 193       | 46.5     | 233       | 43.3     |
| 34        | 325.4    | 74        | 235.1    | 114       | 133.2    | 154       | 73.0     | 194       | 46.0     | 234       | 43.3     |
| 35        | 323.7    | 75        | 232.5    | 115       | 130.9    | 155       | 72.1     | 195       | 45.5     | 235       | 43.3     |
| 36        | 322.0    | 76        | 229.8    | 116       | 128.7    | 156       | 71.1     | 196       | 45.1     | 236       | 43.3     |
| 37        | 320.2    | 77        | 227.2    | 117       | 126.5    | 157       | 70.2     | 197       | 44.6     | 237       | 43.3     |
| 38        | 318.4    | 78        | 224.6    | 118       | 124.3    | 158       | 69.3     | 198       | 44.2     | 238       | 43.3     |
| 39        | 316.6    | 79        | 221.9    | 119       | 122.2    | 159       | 68.5     | 199       | 43.7     | 239       | 43.3     |
| 40        | 314.7    | 80        | 219.3    | 120       | 120.2    | 160       | 67.6     | 200       | 43.3     | 240       | 43.3     |

## شال - تعیین عیار فشاری اسی براس کمانش خشی (وشیم) $P_n$

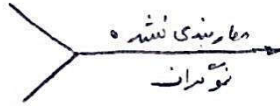
- فرض میشود س قتی در راستای X (کمانش حول Y) باربندی شده است و در راستای Y (کمانش حول X) باربندی نشده است.
- مقطع هندستریا IPBm-320 ، هم تیرهای ملاری عدد X ها 27P-200 و تیرهای ملاری عدد Y ها 27E-300 است.
- فولاد مصرفی دارای  $F_y = 355 \text{ MPa}$  است.

← الف) تعیین  $\lambda_x$  (کمانش حول عدد X ها) ، [باربندی نشده]

قاب شماره 3 (در صفحه 2-2) را در نظر بگیریم . مطابق شکل د

$$G_A = \frac{\frac{30820}{4} + \frac{30820}{3.5}}{\frac{8360}{5} + \frac{8360}{5.5}} = 5.2$$

$$G_B = \frac{\frac{30820}{3.5} + \frac{30820}{3.2}}{\frac{8360}{5} + \frac{8360}{5.5}} = 5.8$$



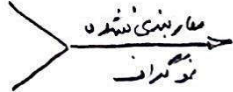
$$K_x = 2.3 , \lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = \frac{2.3 \times 350 \text{ cm}}{13.8 \text{ cm}} = 58.3$$

← ب) تعیین  $\lambda_y$  (کمانش حول عدد Y ها) [باربندی شده]

قاب شماره 2 (در صفحه X-2) را در نظر بگیریم . مطابق شکل :

$$G_A = \frac{\frac{9240}{4} + \frac{9240}{3.5}}{\frac{2140}{7}} = 16.2$$

$$G_B = \frac{\frac{9240}{3.5} + \frac{9240}{3.2}}{\frac{2140}{7}} = 18.1$$



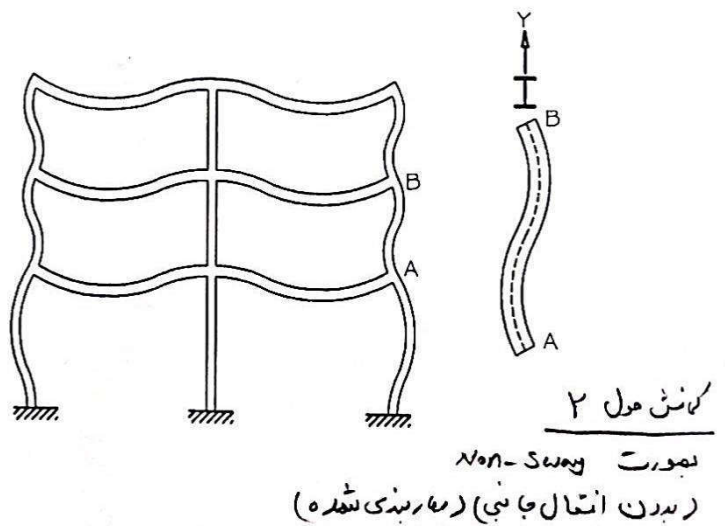
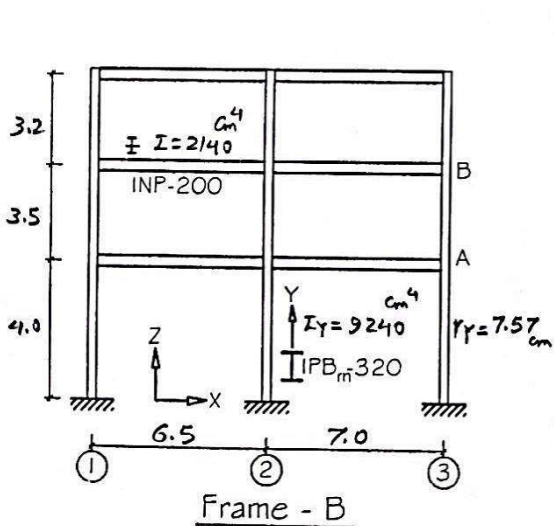
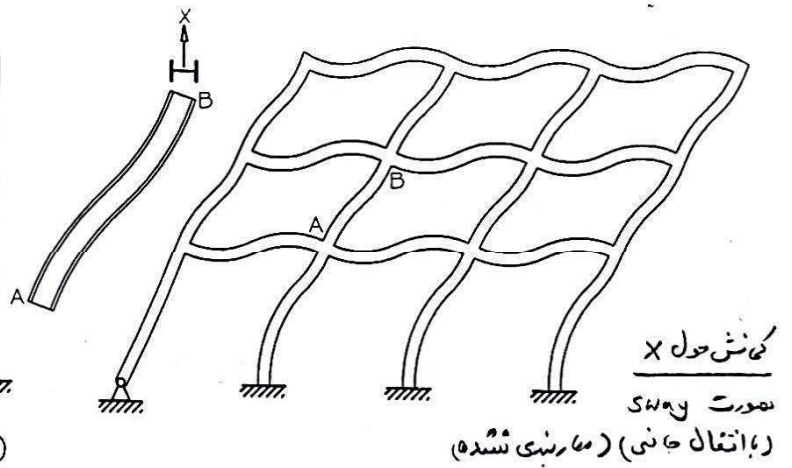
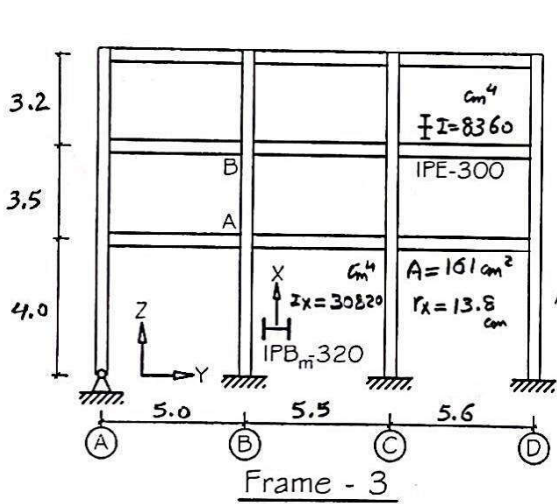
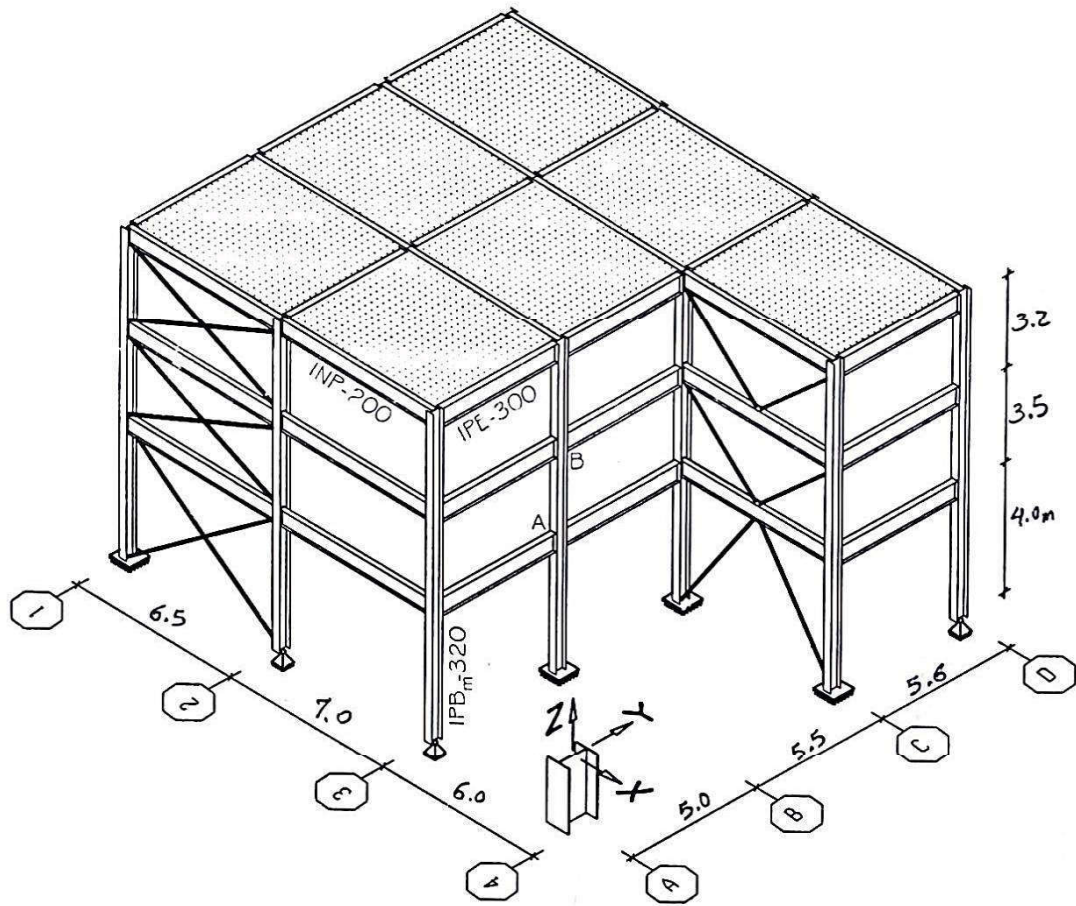
$$K_y = 1.0 , \lambda_y = \frac{K_y \cdot L}{r_y} = \frac{1.0 \times 350 \text{ cm}}{7.57 \text{ cm}} = 46.2$$

← پ) تعیین  $\lambda_{max}$  و  $F_{cr}$

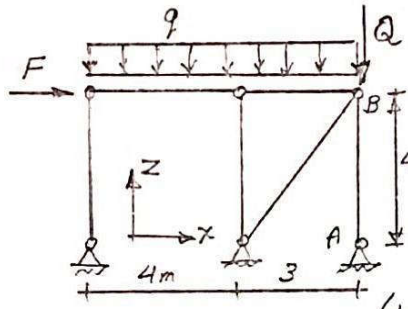
$$\lambda_{max} = \max\{\lambda_x, \lambda_y\} = 58.3 \xrightarrow[\text{فردل}]{\text{جدول 2}} F_{cr} = 274.9 \text{ MPa}$$

ت) تعیین  $P_n$

$$P_n = F_{cr} \cdot A_g = 274.9 \times (161 \times 10^2) = \underline{4425.9 \text{ KN}}$$



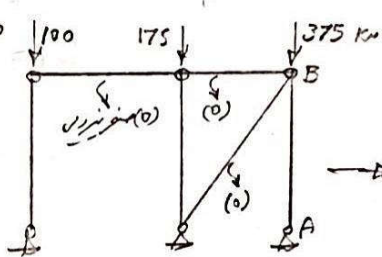
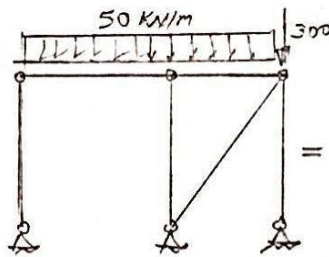
مشاهدهای کنترل ستون برای کنش خمشی



مثال ۱ ستون AB در راستای x (کنش حول y) مطابق شکل دربرو است. در صورتیکه مقدار  $K_x = 1.8$  (کنش حول x) باشد، مقطع ستون را برای کنش خمشی کنترل کنید. مقطع ستون ZPM-220 و نوع فولاد

مصرف S235 است (ترکیب فروردنظ (1.2D+L+E)  $(F_y = 235 \text{ MPa})$

$$F \begin{cases} E = 200 \text{ KN} \\ D = 300 \text{ KN} \\ L = 200 \end{cases} \quad Q \begin{cases} D = 50 \text{ KN/m} \\ L = 20 \end{cases}$$

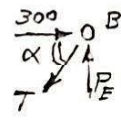


گام ۵) بارگذاری، تحلیل و ترکیب بار: (الف) بار مرده تنها (D)

$P_D = 375 \text{ KN}$

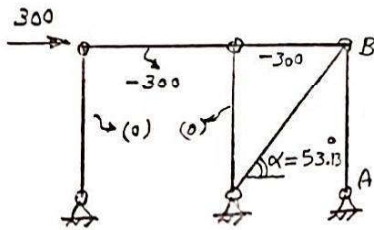
(ب) بار زنده تنها (L)  $P_L = 230 \text{ KN}$

(ب) بار زلزله تنها (E)



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = 300 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow P_E = T \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow P_E = 300 \times \tan \alpha$$

$P_E = 400 \text{ KN}$



$1.2D + L + E \Rightarrow P_u = 1080 \text{ KN}$

گام ۱) محاسبه مشخصات مقطع، تعیین  $K_x$ ,  $K_y$  و  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  و تعیین ظرفیت مقابله با نیروی محوری  $P_n$   
 ZPM-220 ( $A_g = 91.0 \times 10^2 \text{ mm}^2$ ,  $r_x = 94.3 \text{ mm}$ ,  $r_y = 55.9 \text{ mm}$ )

- با توجه به اینکه ستون در راستای x (حول y) میل وجود دارد باید به موازاتش باشد  $K_y = 1.0$   
 - صورت کشه  $K_x = 1.8$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_x &= \frac{K_x \cdot L}{r_x} = \frac{1.8 \times 4000}{94.3} = 76.4 \\ \lambda_y &= \frac{K_y \cdot L}{r_y} = \frac{1.0 \times 4000}{55.9} = 71.6 \end{aligned} \right\} \rightarrow \lambda_{max} = 76.4 \leq 200 \text{ o.k.}$$

تعیین  $F_{cr}$ :

(الف) استفاده از جدول: (فولاد S235)  $\lambda = 76.4 \rightarrow F_{cr} = 175.7 \text{ MPa}$

(ب) استفاده از فرمول:  $\lambda_{max} = 76.4 \rightarrow F_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 338.2$

$F_{cr} = [0.658^{F_c/F_y}] F_y \leftarrow F_c = 201 \leftarrow \frac{F_y}{F_c} = 0.69 \leq 2.25$   
 $F_c = 201 \leftarrow \lambda = 76.4 \leq \tilde{\lambda} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 137.4$

$P_n = F_{cr} \cdot A_g = 176 \times 91 \times 10^2 = 1601.6 \times 10^3 \text{ N} \rightarrow P_n = 1601.6 \text{ KN}$

$P_u \leq \phi_c \cdot P_n \rightarrow 1080 \leq 0.9 \times 1601.6 = 1441.4$  (کنترل: O.K.)

نتیجه: S235 فولاد امکان دارد.

شکل ۲ ستون شال قبل از در صورتی که نوع فولاد S 275 ( $F_y = 275 \text{ MPa}$ ) باشد و مقطع مقطعی مربع شکل  $200 \times 200 \times 10$  باشد، برای که نت قسم کنترل کنید.

مثال قبل  $P_u = 1080 \text{ kN}$

مثال ۱) تعیین  $P_n$   $200 \times 200 \times 10$  ( $A_g = 73.4 \times 10^2 \text{ mm}^2$ ,  $r_x = r_y = 76.9 \text{ mm}$ )

$\lambda_x = \frac{1.8 \times 4000}{76.9} \rightarrow \lambda_{max} = 93.6 \leq 200 \text{ O.K.}$

$\lambda_y = \frac{1.0 \times 4000}{76.9} \rightarrow F_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 225.3 \rightarrow \frac{F_y}{F_e} = 1.22 \leq 2.25 \rightarrow \text{EQ.1}$

$P_n = F_{cr} \cdot A_g = 1432.1 \text{ kN} \leftarrow F_{cr} = 195.1 \text{ MPa} \leftarrow F_{cr} = [0.658^{F_y/F_e}] \times F_y$

کنترل (۲) :

$P_u = 1080 \leq \phi \cdot P_n = 0.9 \times 1432.1 = 1289 \text{ O.K.}$

شکل ۳ ستون شال قبل از مقطع لوله ای با فولاد S 355 ( $F_y = 355 \text{ MPa}$ ) طرح کنید.

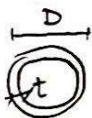
|           |          |
|-----------|----------|
| $\lambda$ | $F_{cr}$ |
| 1         | 355      |
| ...       | ...      |
| 200       | 433      |

مثال قبل  $P_u = 1080 \text{ kN}$   
 مثال ۱) طرح اولیه و تعیین  $P_n$ . چون مشخصات مقطع مشخص نیست ( $r_x, r_y, A_g$ ) بنابراین تعیین  $\lambda_x, \lambda_y$  و  $\lambda_{max}$  و  $F_{cr}$  امکان پذیر نیست و باید طرح اولیه

فرض  $F_{cr} = 200 \text{ MPa}$  (مثلاً فرض بر این است که  $F_{cr} = 200$ )

کنترل  $\rightarrow P_u = 1080 \text{ kN} = 1080 \times 10^3 \text{ N} \leq \phi \cdot P_n = 0.9 \times 200 \times A_g$

$\rightarrow A_{g \text{ req.}} = \frac{1080 \times 10^3}{0.9 \times 200} = 6000 \text{ mm}^2 = 60 \text{ cm}^2$  (انتخاب مقادیر امکان پذیر است)



Try tube  $273 \times 7.1$  ( $D = 273 \text{ mm}$ ,  $t = 7.1 \text{ mm}$ ,  $A_g = 59.3 \times 10^2 \text{ mm}^2$  و  $r_x = r_y = 94 \text{ mm}$ )

$\lambda_x = \frac{1.8 \times 4000}{94} \rightarrow \lambda_{max} = 76.6 \leq 200 \text{ O.K.}$

$\lambda_y = \frac{1.0 \times 4000}{94} \rightarrow F_{cr} = 228.2 \text{ MPa} \xrightarrow{\times A_g = 59.3 \times 10^2} P_n = 1353 \text{ kN}$

کنترل (۲) :  $P_u = 1080 \leq \phi \cdot P_n = 0.9 \times 1353 = 1218 \text{ O.K.}$

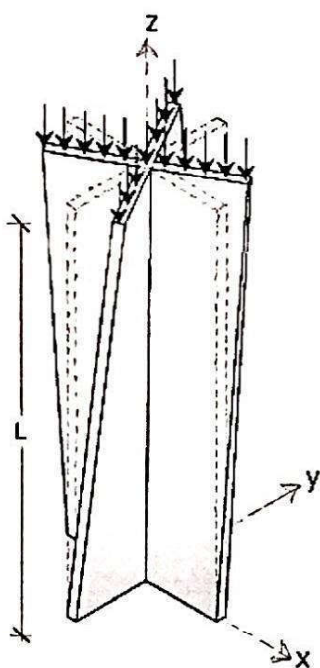
نسبته  $\frac{1080}{1218} = 0.89 \rightarrow$

این نسبت خیلی کم است  $\rightarrow$  مقطع بیش از حد قوی است  $\rightarrow$  باید در اندازه بعدی سازه مقطع کوچکتر را هم امتحان کرد. و اگر این نسبت بزرگتر از ۱ است  $\rightarrow$  مقطع ضعیف  $\rightarrow$  هم سازه مقطع بزرگتر را امتحان کرد تا کنترل جواب بدهد.

تذکره : در این مثال ضرایب طول موثر  $K_x$  و  $K_y$  ثابت بود، اما در مباحث واقعی، پس از هر بار معین رضایده شرایط تغییر مباحث و تغییر مقطع ستون،  $G_A$  و  $G_B$  تغییر کرده و مباحث  $K_x$  و  $K_y$  دوباره باید سنجیده شود.

**کمانش پیمشی و کمانش فمشی-پیمشی (Torsional and Flexural-Torsional Buckling)**

الف) در موارد زیر لازم است علاوه بر کنترل کمانش فمشی، ستون برای کمانش پیمشی یا فمشی-پیمشی نیز کنترل شود:



۱- مقاطع با دو محور تقارن

۱-۱- مقاطع فاص مانند مقطع صلیبی

۲-۱- مقاطع ساخته شده

۳-۱- مقاطعی که در آنها طول آزاد مهار نشده پیمشی بزرگتر از

طول آزاد مهار نشده فمشی باشد:  $L_z > \max\{L_x, L_y\}$

۲- مقاطع با یک محور تقارن

۳- مقاطع نامتقارن

ب) نموه کنترل:  $P_u \leq \phi_c \bar{P}_n$

مقاومت فشاری اسمی ستون بر اساس کمانش پیمشی یا فمشی-پیمشی:  $\bar{P}_n = \bar{F}_{cr} \cdot A_g$

$$\begin{cases} \bar{F}_{cr} = \left[ 0.658^{F_y/\bar{F}_e} \right] F_y & \text{اگر } \frac{F_y}{\bar{F}_e} \leq 2.25 \\ \bar{F}_{cr} = 0.877 \bar{F}_e & \text{اگر } \frac{F_y}{\bar{F}_e} > 2.25 \end{cases}$$

پ) تعیین تنش کمانش پیمشی یا فمشی-پیمشی الاستیک ( $\bar{F}_e$ )

پ-۱) برای مقاطع با دو محور تقارن (که مول مرکز برش می‌پیچد):

$$\bar{F}_e = \left( \frac{\pi^2 EC_w}{L_{cz}^2} + GJ \right) \frac{1}{I_x + I_y}$$

پ-۲) برای مقاطع با یک محور تقارن (که مول مرکز برش می‌پیچد) (محور تقارن = محور y):

$$\bar{F}_e = \left( \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \right) \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey} F_{ez} H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right]$$

پ-۳) برای مقاطع نامتقارن (که مول مرکز برش می‌پیچد)  $\bar{F}_e$  برابر است با کوچکترین ریشه معادله درجه سوم:

$$(\bar{F}_e - F_{ex})(\bar{F}_e - F_{ey})(\bar{F}_e - F_{ez}) - \bar{F}_e^2(\bar{F}_e - F_{ey}) \left( \frac{x_0}{\bar{r}_0} \right)^2 - \bar{F}_e^2(\bar{F}_e - F_{ex}) \left( \frac{y_0}{\bar{r}_0} \right)^2 = 0$$

ثابت تابیدگی  $C_w$  و ثابت پیشی  $J$  و ضرائب طول موثر حول محور  $x, y, z$ :  $K_x, K_y, K_z$

طول موثر حول محور  $x, y, z$ :  $L_{cx} = K_x L_x$  و  $L_{cy} = K_y L_y$  و  $L_{cz} = K_z L_z$

$$F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_x^2} \leftarrow \lambda_x = \frac{L_{cx}}{r_x}$$

$$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} \leftarrow \lambda_y = \frac{L_{cy}}{r_y}$$

$$F_{ez} = \left( \frac{\pi^2 E C_w}{L_{cz}^2} + GJ \right) \frac{1}{A_g \bar{r}_0^2}$$

تذکر: برای مقاطع جفت نبشی و سپری مقدار ثابت تابیدگی  $C_w \approx 0$  فرض می‌شود.

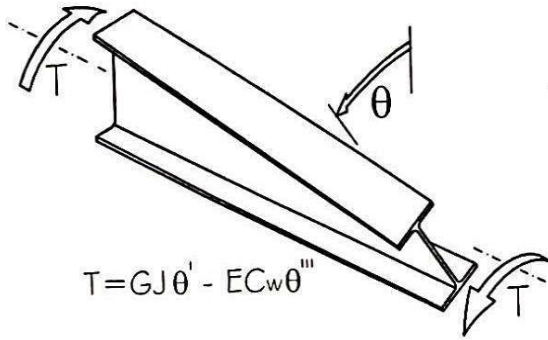
شعاع ژیراسیون قطبی حول مرکز برش:  $\bar{r}_0$  و

$$\bar{r}_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + \frac{I_x + I_y}{A_g} = x_0^2 + y_0^2 + r_x^2 + r_y^2$$

مفتصات مرکز برش نسبت به مرکز سطح:  $x_0$  و  $y_0$

$$H = 1 - \frac{x_0^2 + y_0^2}{\bar{r}_0^2} = \frac{r_x^2 + r_y^2}{\bar{r}_0^2} \quad \text{ثابت فمشی:}$$



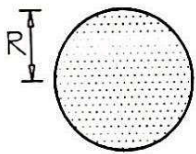


$$T = GJ\theta' - EC_w\theta'''$$

$J$  = Torsion Constant  
 $C_w$  = Warping Constant  
 $s$  = Shear Center

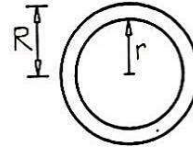
$$E = 200,000 \text{ MPa}, \nu = 0.3$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 76923 \text{ MPa}$$



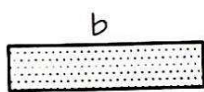
$$J = \frac{\pi}{2} R^4$$

$$C_w = 0$$



$$J = \frac{\pi}{2} (R^4 - r^4)$$

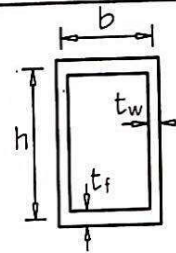
$$C_w = 0$$



$$t \leq b \quad C_w = \frac{(bt)^3}{144} \approx 0$$

$$\text{For } \frac{b}{t} \geq 10: J = \frac{1}{3} bt^3$$

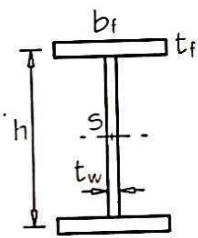
$$\text{For } \frac{b}{t} < 10: J = \left(\frac{1}{3} - 0.2 \frac{t}{b}\right) bt^3$$



For  $\frac{b}{t_f} \geq 10, \frac{h}{t_w} \geq 10$

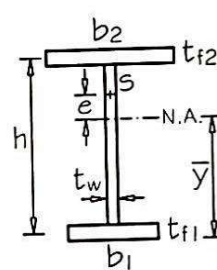
$$J = \frac{2t_f t_w b^2 h^2}{ht_f + bt_w}$$

$$C_w \approx 0$$



$$J = \frac{1}{3} (2b_f t_f^3 + ht_w^3)$$

$$C_w = \frac{I_y h^2}{4} \approx \frac{b_f^3 h^2 t_f}{24}$$

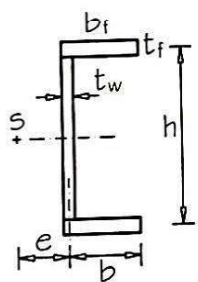


$$J = \frac{1}{3} (b_1 t_{f1}^3 + b_2 t_{f2}^3 + ht_w^3)$$

$$k = 1 + \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^3 \left(\frac{t_{f1}}{t_{f2}}\right)$$

$$C_w = \frac{b_1^3 h^2 t_{f1}}{12k}$$

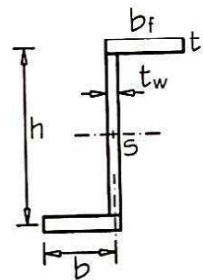
$$e = \frac{h}{k} - (\bar{y} - t_{f1}/2)$$



$$J = \frac{1}{3} (2bt_f^3 + ht_w^3)$$

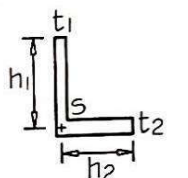
$$k = \frac{ht_w}{bt_f} \quad e = \frac{3b}{k+6}$$

$$C_w = \frac{b^3 h^2 t_f}{12} \left(\frac{2k+3}{k+6}\right)$$



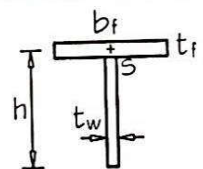
$$J = \frac{1}{3} (2bt_f^3 + ht_w^3)$$

$$C_w = \frac{b^3 h^2 t_f}{12} \left(\frac{bt_f + 2ht_w}{ht_w + 2bt_f}\right)$$



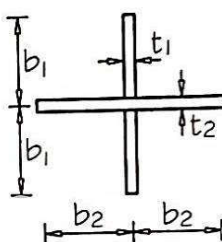
$$J = \frac{1}{3} (h_1 t_1^3 + h_2 t_2^3)$$

$$C_w = \frac{1}{36} (h_1^3 t_1^3 + h_2^3 t_2^3) \approx 0$$



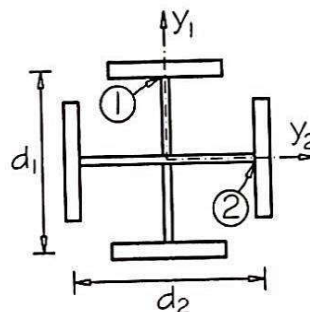
$$J = \frac{1}{3} (b_f t_f^3 + ht_w^3)$$

$$C_w = \frac{(b_f t_f)^3}{144} + \frac{(ht_w)^3}{36} \approx 0$$



$$J = \sum \frac{1}{3} b_i t_i^3$$

$$C_w = \frac{1}{18} (b_1^3 t_1^3 + b_2^3 t_2^3)$$

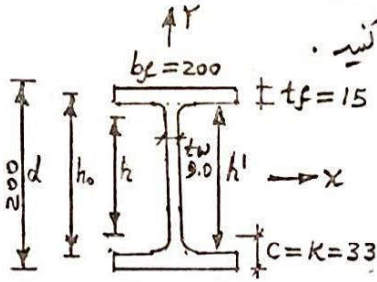


$$J = \sum \frac{1}{3} b_i t_i^3$$

$$C_w = I_{y_1} \frac{d_1^2}{4} + I_{y_2} \frac{d_2^2}{4}$$

مثال ۱- کنترل کامل ستون، شامل کنترل کمانش پیچشی :

ستون با مقطع  $I_{PBm-200}$  با فولاد  $F_y = 275 \text{ MPa}$  و طول  $L = 3.6 \text{ m}$  و ضرایب طول مؤثر  $K_x = 1.8$  و  $K_y = 0.9$  و  $K_z = 1.0$  برای نیاز تساوت فشار در  $P_u = 1000 \text{ kN}$  کنترل کنید.



گام ۵) بارگذاری، تحلیل و ترکیب بار:  $P_u = 1000 \text{ kN}$

گام ۱) محاسبه مشخصات مقطع :

$$h_o = d - t_f = 185 \text{ mm}, \quad h' = d - 2t_f = 170, \quad h = d - 2c = 134$$

$$A_g = 78.1 \times 10^3 \text{ mm}^2, \quad I_x = 5700 \text{ E}4 \text{ mm}^4, \quad I_y = 2000 \text{ E}4 \text{ mm}^4, \quad r_x = 85.4 \text{ mm}, \quad r_y = 50.7 \text{ mm}$$

$$C_w = I_y \cdot h_o^2 / 4 = 171,125 \text{ E}6 \text{ mm}^6 \quad \text{و} \quad J = \frac{1}{3} (2 \times 200 \times 15^3 + 185 \times 9^3) = 49.5 \text{ E}4 \text{ mm}^4$$

$h_o =$  (تذکره: در بعضی مراجع بجای  $h_o$  از  $h'$  استفاده می شود که تفسیر زیادی ندارد)

گام ۲) کنترل کمانش موضعی :

$$\lambda_{rf} = \frac{b}{t} = \frac{b_f/2}{t_f} = \frac{100}{15} = 6.7 \leq \lambda_{rf} = 0.56 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 15.1 \rightarrow \text{بال غیرلانگ}$$

$$\lambda_{rw} = \frac{h}{t_w} = \frac{134}{9.0} = 14.9 \leq \lambda_{rw} = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 40.2 \rightarrow \text{بال غیرلانگ}$$

0.K. ✓

گام ۳) کنترل کمانش خمشی و تسلیم :

$$\lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = 75.9 \quad \left. \begin{array}{l} \lambda_{max} = 75.9 \\ L \leq 200 \text{ O.K.} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{بال} \\ \text{زیر} \end{array} \left. \begin{array}{l} F_{cr} = - \\ F_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 342.6 \text{ MPa}, \quad \tilde{\lambda} = 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 127 \end{array} \right\}$$

$$\lambda = 75.9 \leq \tilde{\lambda} = 127 \quad \left. \begin{array}{l} F_y / F_e = \frac{275}{342.6} = 0.8 \leq 2.25 \end{array} \right\} \rightarrow F_{cr} = [0.658^{F_y/F_e}] F_y \rightarrow F_{cr} = 196.7 \text{ MPa}$$

$$P_n = 1536 \text{ kN}$$

$$P_u = 1000 \text{ kN} \leq \phi_c \cdot P_n = 1382.4 \quad \text{O.K.} \checkmark$$

کنترل :

گام ۴) کنترل کمانش پیچشی : مقطع با درجه تقارن است ←

$$L_{cz} = K_z \cdot L = 1 \times 3600 \text{ mm} \not\leq \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} L_{cx} = K_x \cdot L = 1.8 \times 3600 \\ L_{cy} = K_y \cdot L = 0.9 \times 3600 \end{array} \right\}$$

کنترل کمانش پیچشی لازم نیست  
و در بعضی مثال آموزشی آمده است

$$\tilde{F}_e = \left( \frac{\pi^2 E C_w}{L_{cz}^2} + GJ \right) \frac{1}{I_x + I_y} \rightarrow \tilde{F}_e = 833 \text{ MPa}$$

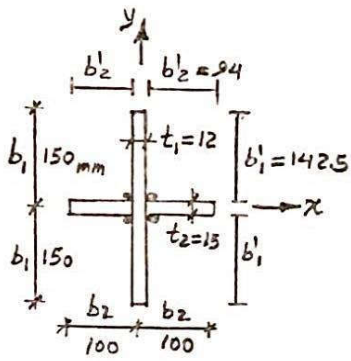
$$F_y / \tilde{F}_e = \frac{275}{833} = 0.33 \leq 2.25 \rightarrow \tilde{F}_{cr} = [0.658^{F_y/\tilde{F}_e}] F_y \rightarrow \tilde{F}_{cr} = 239.5 \text{ MPa}$$

$$\tilde{P}_n = 1870 \text{ kN}$$

$$P_u = 1000 \text{ kN} \leq \phi_2 \cdot P_n = 1683 \quad \text{O.K.} \checkmark$$

کنترل :

مثال ۲- کنترل کامل ستون، شامل کنترل کماتش بیچشی :



ستون با مقطع صلیبی زیر را برای نیارستارت فشاری  $P_u = 500 \text{ kN}$  کنترل کنید .  
 $F_y = 235 \text{ MPa}$  ،  $L = 4 \text{ m}$  ،  $K_x = 2.0$  ،  $K_y = 1.2$  و  $K_z = 1.0$

گام ۵) بارگذاری، تحلیل، ترکیب بار : ✓  
 گام ۱) حساب مشخصات مقطع :

$$A_g = 300 \times 12 + 2 \times 94 \times 15 = 6420 \text{ mm}^2$$

$$I_x = \frac{1}{12} \times 12 \times 300^3 + \frac{1}{12} (200 - 12) \times 15^3 = 27,052,875 \text{ mm}^4 \rightarrow r_x = 64.9 \text{ mm}$$

$$I_y = \frac{1}{12} \times 15 \times 200^3 + \frac{1}{12} (300 - 15) \times 12^3 = 10,041,040 \text{ mm}^4 \rightarrow r_y = 39.5$$

$$J = \frac{1}{3} (300 \times 12^3 + (200 - 12) \times 15^3) = 384,300 \text{ mm}^4$$

$$C_w = \frac{1}{18} (150^3 \times 12^3 + 100^3 \times 15^3) = 511.5 \times 10^6 \text{ mm}^6$$

گام ۲) کنترل کماتش موضعی : ردیف ۳ جدول ۱۰-۲-۲-۱-۱ صحت ۱۰ معیار است

$$\left. \begin{aligned} \frac{b_1}{t_1} = \frac{142.5}{12} = 11.9 \leq \lambda_r = 0.45 \sqrt{E/F_y} = 13.1 \text{ نیرلانر} \\ \frac{b_2}{t_2} = \frac{94}{15} = 6.3 \leq \lambda_r = 13.1 \text{ نیرلانر} \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{مقطع نیرلانر O.K. ✓}$$

گام ۳) کنترل کماتش خمشی و تسلیم :

$$\left. \begin{aligned} \lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = 123.2 \\ \lambda_y = \frac{K_y \cdot L}{r_y} = 121.4 \end{aligned} \right\} \rightarrow \lambda_{max} = 123.2 \leq 200 \text{ O.K.} \rightarrow \frac{F_{cr}}{A_g} = 110.3 \text{ MPa}$$

$$P_n = 708.1 \text{ kN}$$

$$P_n = 500 \text{ kN} \leq \phi_c \cdot P_n = 637.3 \text{ O.K. ✓}$$

گام ۴) کنترل کماتش بیچشی : مقطع با دو محور تقارن ..

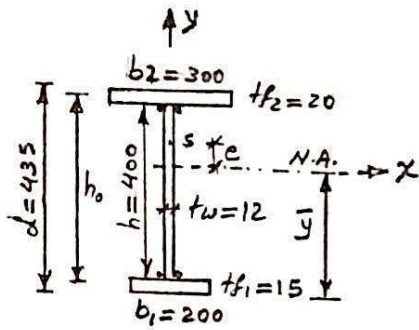
مقطع صفحه شده است بنابراین لازست کنترل کماتش بیچشی انجام شود .  $L_{cz} = 1 \times 4000 \text{ mm}$

$$\tilde{F}_e = \left( \frac{\pi^2 E C_w}{L_{cz}^2} + G \cdot J \right) \frac{1}{I_x + I_y} = 798.7 \text{ MPa}$$

$$\frac{F_y}{\tilde{F}_e} = 0.294 \leq 2.25 \rightarrow \tilde{F}_{cr} = \left[ 0.658 \frac{E_y}{\tilde{F}_e} \right] F_y = 207.8 \text{ MPa}$$

$$\tilde{P}_n = A_g \cdot \tilde{F}_{cr} = 1334 \text{ kN}$$

$$P_n = 500 \text{ kN} \leq \phi_c \cdot \tilde{P}_n = 1200.7 \text{ O.K. ✓}$$



شال ۳. کنترل کامل ستون، شامل کنترل کمانش بیجشی خمشی:

ستون با مقطع دایره‌ای برای نیاز سازه‌ت نیروی  $P_u = 3000 \text{ kN}$  کنترل کنید.

$F_y = 355 \text{ MPa}$  ،  $K_x = 2.0$  ،  $K_y = 1.0$  و  $K_z = 1.0$  ،  $L = 3.5 \text{ m}$

گام ۵) بارگذاری، تحلیل و ترکیب بار: ✓

گام ۱) معاینه مشخصات مقطع:

$$h_o = d - \frac{t_2}{2} - \frac{t_1}{2} = 417.5 \text{ mm}$$

$A_g = 13,800 \text{ mm}^2$  ،  $\bar{y} = 261.2 \text{ mm}$  ،  $I_x = 428,575,272 \text{ mm}^4$  ،  $r_x = 176.2 \text{ mm}$

$I_y = 55,057,600 \text{ mm}^4$  ،  $r_y = 63.2 \text{ mm}$  ،  $J = 1,265,480 \text{ mm}^4$

$K = 1 + \left(\frac{b_1}{b_2}\right)^3 \left(\frac{t_1}{t_2}\right) = 1.22$  ،  $C_w = \frac{b_1^3 \cdot h_o^2 \cdot t_1}{12K} = 1,426,142 \times 10^6 \text{ mm}^6$

$e = \frac{h_o}{K} - (\bar{y} - t_1/2) = 87.9 \text{ mm}$  ،  $K_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = 0.69 \left\{ \begin{array}{l} \leq 0.76 \\ \geq 0.35 \end{array} \right.$

گام ۲) کنترل کمانش موضعی:

بال بالایی  $\lambda_f = \frac{150}{20} = 7.5 \leq \lambda_{pf} = 0.64 \sqrt{\frac{K_c \cdot E}{F_y}} = 12.6 \rightarrow$  غیر لانه

بال پایینی  $\lambda_f = \frac{100}{15} = 6.7 \leq \lambda_{pf} = 12.6 \rightarrow$  غیر لانه

توان  $\lambda_w = \frac{400}{12} = 33.3 \leq \lambda_{pw} = 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 35.4 \rightarrow$  غیر لانه

مقطع غیر لانه است  
O.K. ✓

گام ۳) کنترل کمانش خمشی:

$\lambda_x = 39.7$  ،  $\lambda_y = 66.5 \rightarrow \lambda_{max} = 66.5 \xrightarrow{\text{درج}} F_{cr} = 254.5 \text{ MPa} \xrightarrow{\times A_g} P_n = 3512.1 \text{ kN}$

$P_u = 3000 \text{ kN} \leq \phi_c \cdot P_n = 3160.9 \text{ kN}$  O.K. ✓

گام ۴) کنترل کمانش بیجشی - خمشی، مقطع با لبه صاف:

$x_o = 0$  ،  $y_o = e = 87.9 \text{ mm}$  ،  $\bar{r}_o^2 = x_o^2 + y_o^2 + r_x^2 + r_y^2 = 42767 \text{ mm}^2$

$H = \frac{r_x^2 + r_y^2}{\bar{r}_o^2} = 0.82$  ،  $L_{cz} = K_z \cdot L = 3500 \text{ mm}$

$F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = 446.4 \text{ MPa}$

$F_{ez} = \left( \frac{\pi^2 E C_w}{L_{cz}^2} + GJ \right) \frac{1}{A_g \cdot \bar{r}_o^2} = 554.3 \text{ MPa}$

$\tilde{F}_e = \left( \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \right) \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey} \cdot F_{ez} \cdot H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right] = 344.5 \text{ MPa}$

$\frac{F_y}{\tilde{F}_e} = 1.03 \leq 2.25 \rightarrow \tilde{F}_{cr} = [0.658^{F_y/\tilde{F}_e}] F_y \rightarrow \tilde{F}_{cr} = 230.7 \text{ MPa}$

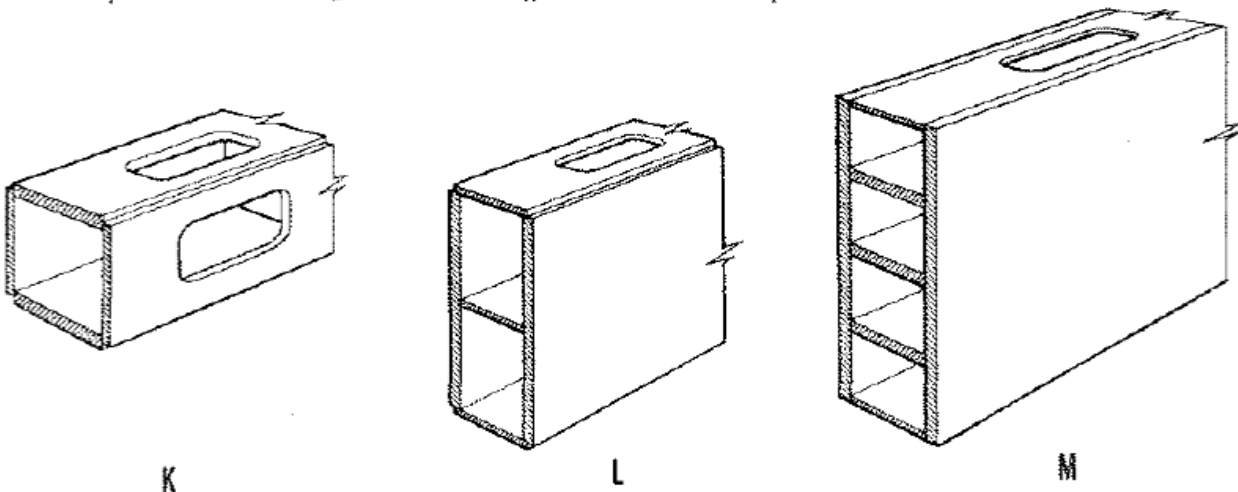
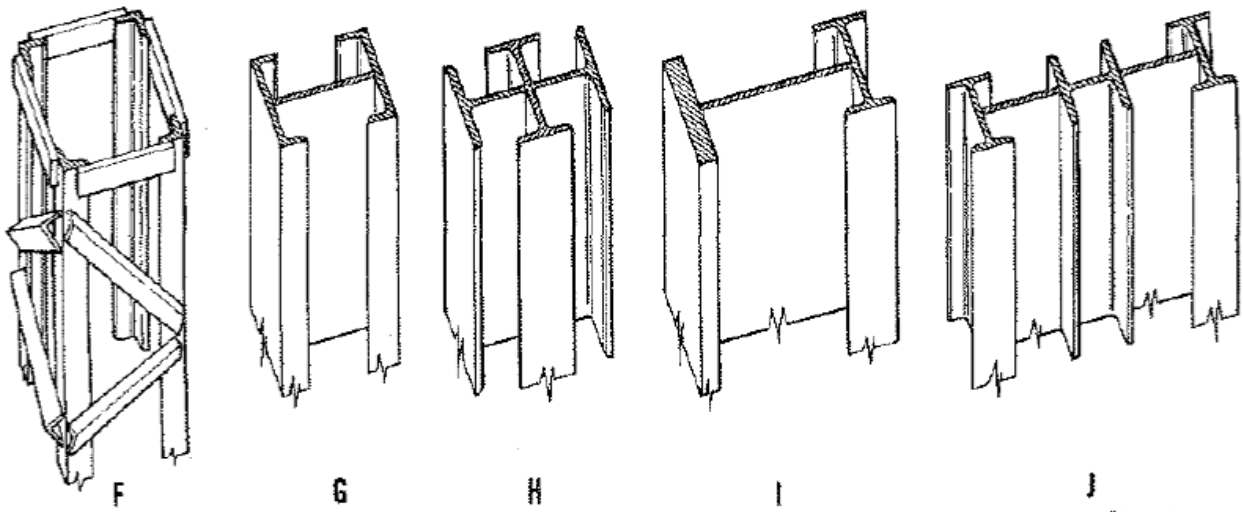
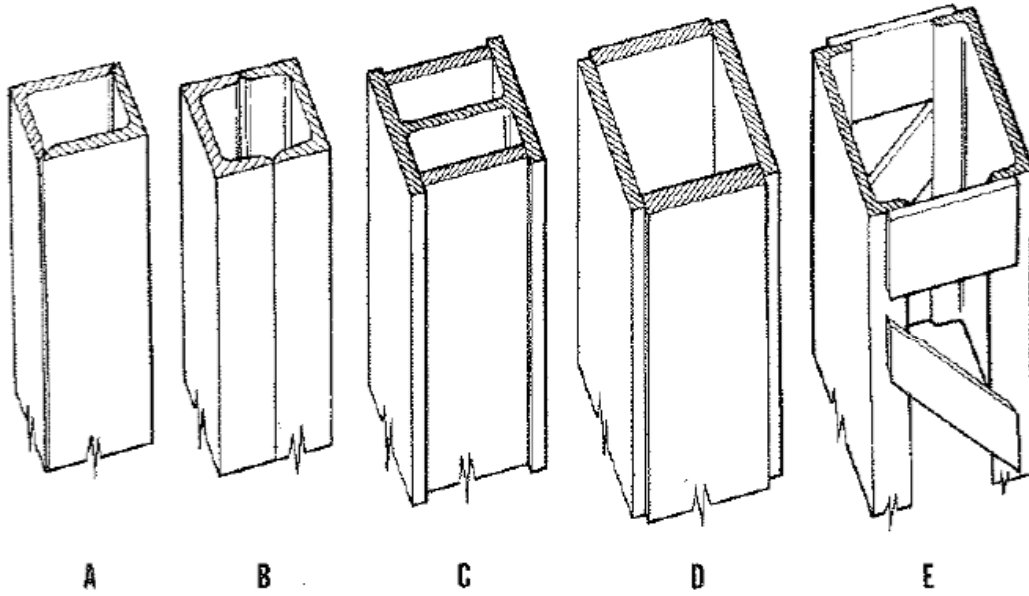
$\tilde{P}_n = A_g \cdot \tilde{F}_{cr} = 3183.7 \text{ kN}$

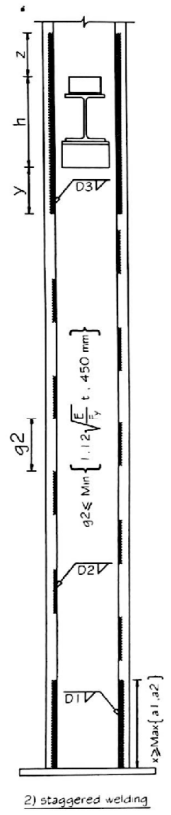
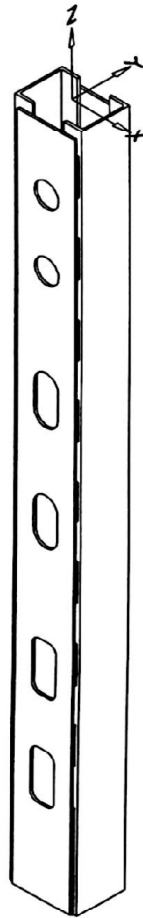
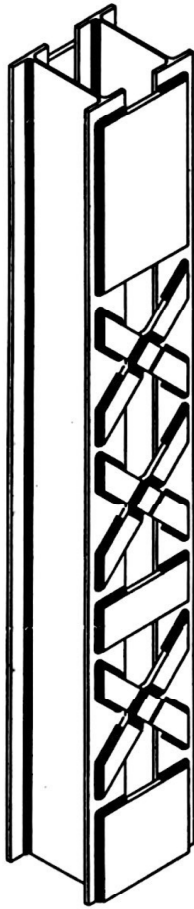
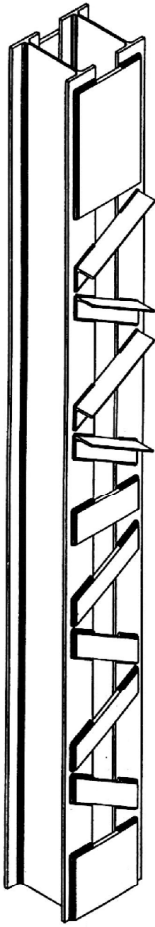
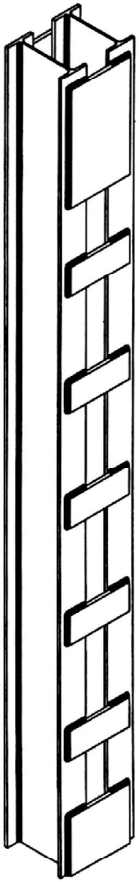
$P_u = 3000 \text{ kN} \not\leq \phi_c \cdot \tilde{P}_n = 2865.3 \text{ kN}$  N.G. X

نتیجه: ستون جوابگو نیست.

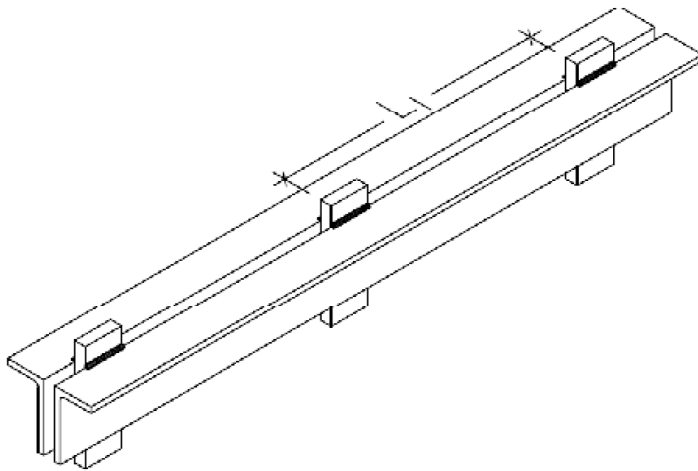
## ۱۰-۲-۴-۷ اعضای ساخته شده

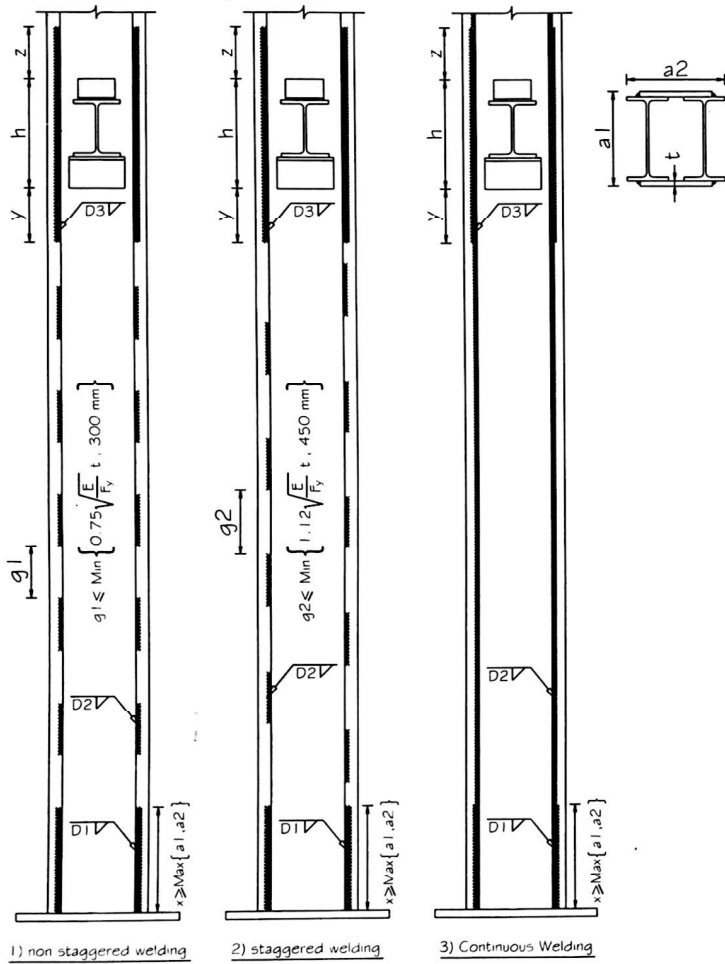
مقاطع ساخته شده به مقطعی گفته می‌شوند که تماماً از ورق یا از دو یا چند نیمرخ با قطعات لقمه بین آنها یا از دو یا چند نیمرخ به همراه ورق سراسری یا بست و یا از دو نیمرخ به هم متصل شده ساخته می‌شوند. مقاومت فشاری اسمی و محدودیت‌های ابعادی اینگونه مقاطع مطابق با الزامات بندهای ۱۰-۲-۴-۷-۱ و ۱۰-۲-۴-۷-۲ می‌باشد.



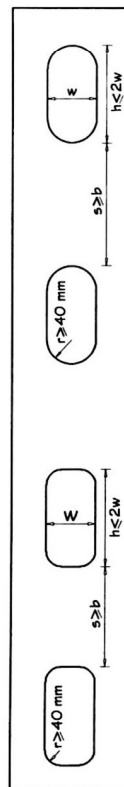
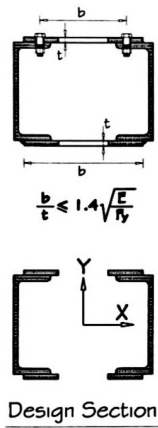
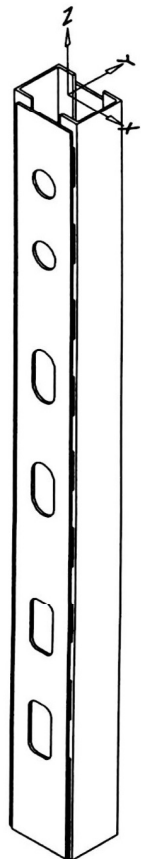
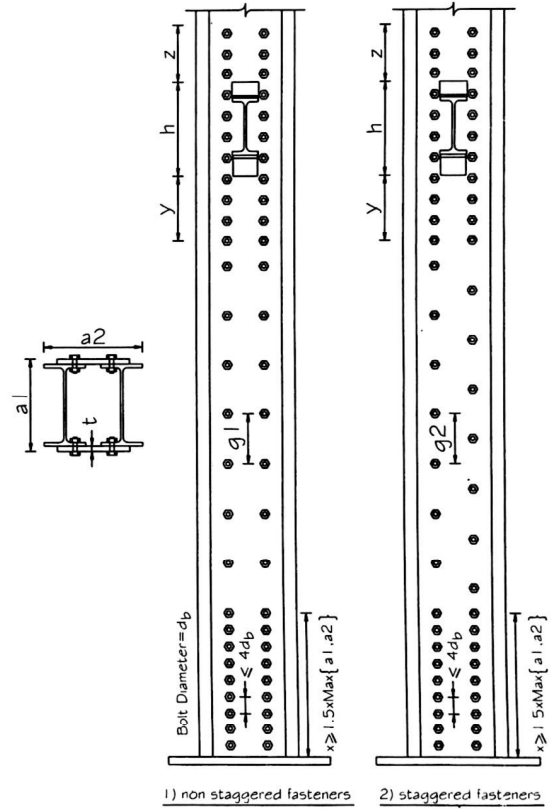


2) staggered welding



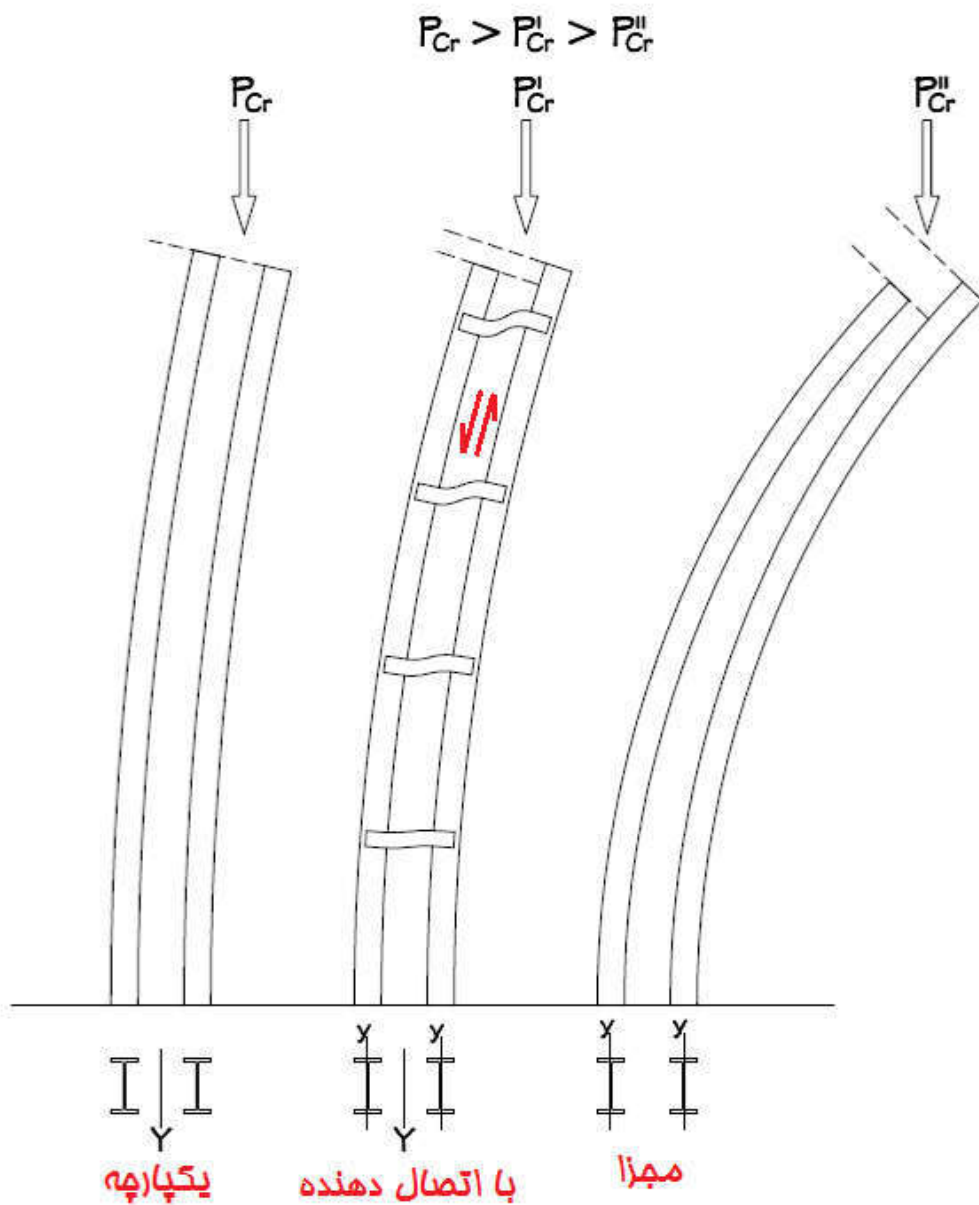


$g1, g2 \leq \text{Min} \left\{ 24t, 300 \text{ mm} \right\}$  For  $\begin{cases} \text{Painted members} \\ \text{or} \\ \text{Unpainted members not subject to corrosion} \end{cases}$   
 $g1, g2 \leq \text{Min} \left\{ 14t, 200 \text{ mm} \right\}$  For unpainted members of Weathering steel subject to atmospheric Corrosion



Built-Up Column with Perforated Cover Plates

Dimensional Requirements



### محدودیت‌های ابعادی اعضای ساخته شده

محدودیت‌های ابعادی اجزای اعضای فشاری ساخته شده به شرح زیر می‌باشند.

**الف)** هر یک از اجزای اعضای فشاری ساخته شده باید در فاصله  $a$  به یکدیگر متصل باشند، به

نحوی که ضریب لاغری موثر هر یک از اجزا در فاصله  $a$ ،  $Ka/r_i$ ، از  $\frac{3}{4}$  ضریب لاغری تعیین کننده کل

عضو ساخته شده تجاوز نکند؛ که در آن  $r_i$  شعاع ژیراسیون حداقل هر جزء می‌باشد.

**تذکره:** در مبحث ۱۰ و AISC-2010 مقدار ذکر نشده بود ولی معمولاً مقدار  $K=1$  بکار می‌رفت.

**اما در AISC-2016 بجای  $Ka/r_i$  مقدار  $a/r_i$  جایگزین شده است.**

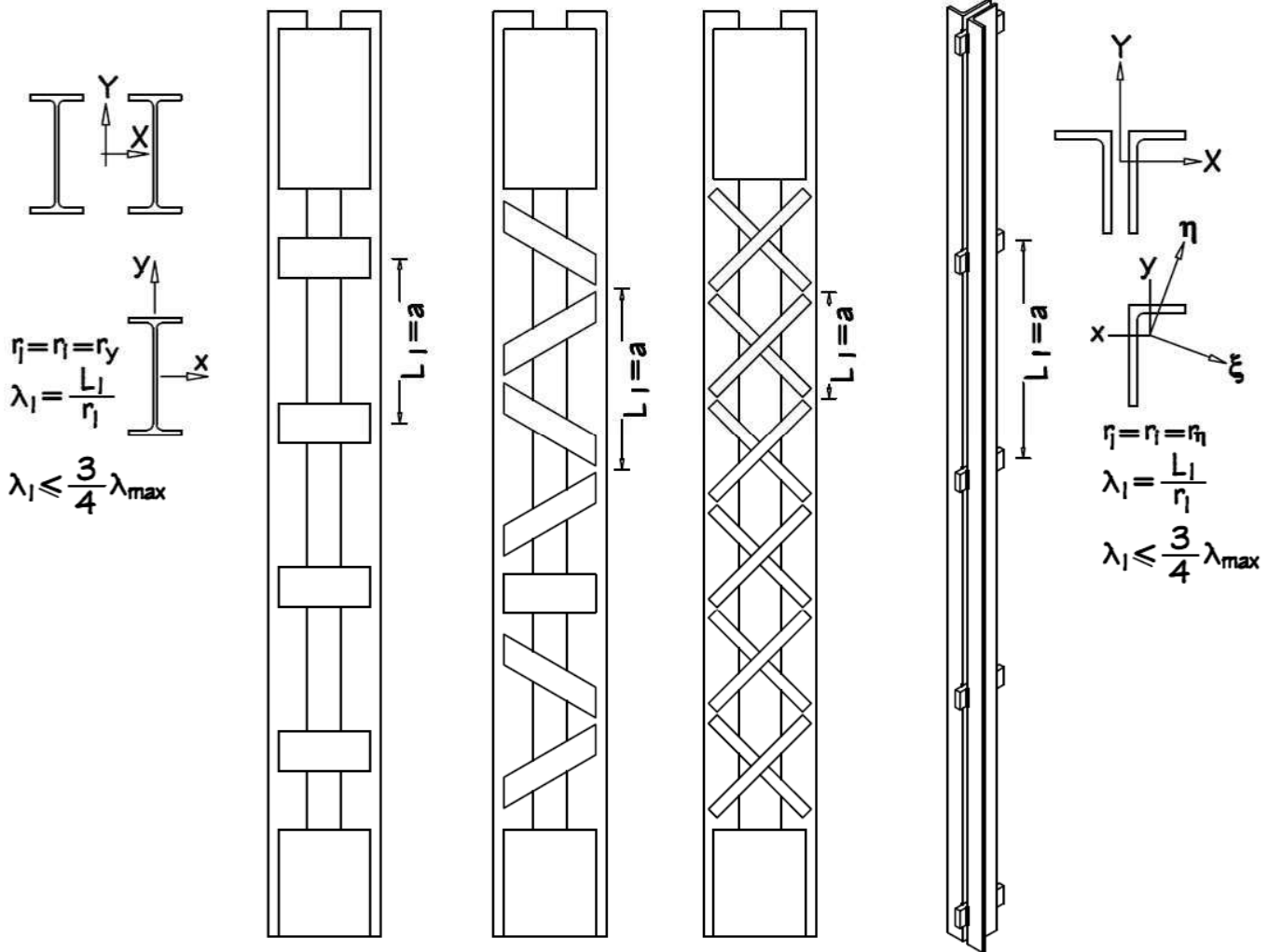
**ب)** اتصالات متصل کننده‌های میانی می‌توانند از نوع جوشی و یا پیچی با عملکرد اتکائی یا

اصطکاکی باشند، لیکن اتصالات متصل کننده‌های انتهایی باید از نوع جوشی یا پیچی با عملکرد

اصطکاکی باشند.



## اثر تغییر شکل برشی در بار کمانش



$$\left. \begin{aligned} \lambda_x &= \frac{K_x L}{r_x} \\ \lambda_y &= \frac{K_y L}{r_y} \Rightarrow \lambda_{y_{eff}} = \lambda_m \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda_{max} = \text{Max} \{ \lambda_x, \lambda_{y_{eff}} \}$$

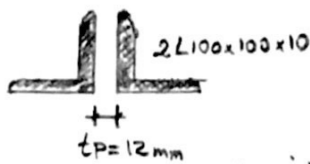
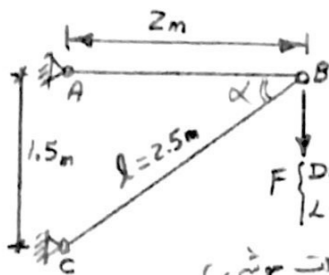
الف) در اعضای فشاری ساخته شده که در آنها اتصال قطعات متصل کننده میانی به اجزای مختلف مقطع به صورت پیچی و با عملکرد اتکائی می باشد، ضریب لاغری نسبت به محور عمود بر صفحه بست (محور بدون مصالح مقطع ساخته شده) باید از رابطه زیر تعیین شود.

$$\lambda_{y_{eff}} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2}$$

ب) در اعضای فشاری ساخته شده که در آنها اتصال قطعات میانی متصل کننده به اجزای مختلف مقطع به صورت جوشی و یا پیچی با عملکرد اصطکاکی می باشد، ضریب لاغری نسبت به محور بدون مصالح مقطع ساخته شده (محور عمود بر صفحه بست در اعضای فشاری ساخته شده با بست)، باید از رابطه زیر تعیین شود.

$$\left[ \begin{aligned} \text{if: } \lambda_1 \leq 40 & \Rightarrow \lambda_{y_{eff}} = \lambda_y \\ \text{if: } \lambda_1 > 40 & \Rightarrow \lambda_{y_{eff}} = \sqrt{\lambda_y^2 + (K_1 \lambda_1)^2} \end{aligned} \right. \leftarrow K_1 = \left[ \begin{aligned} 0.50 & \text{ for angles back to back } \Gamma\Gamma \\ 0.75 & \text{ for channels back to back } \text{ ] [ } \\ 0.86 & \text{ for all other cases} \end{aligned} \right.$$

مثال - عضوهای جفت نبشی بالفته



عضو BC با مقطع نشان داده شده را کنترل کنید.  
 فولاد مصرفی \$F\_y = 275 \text{ MPa}\$ و \$K\_x = K\_y = K\_z = 1\$ فرض میشود.

فاصله لبته ها \$L\_1 = 850 \text{ mm}\$ انتخاب شود و اثر تغییر شکلهای برشی در نظر گرفته شود. (اتصالات جوشی)

کام ۰) بارگذاری - تحلیل - ترکیب بار



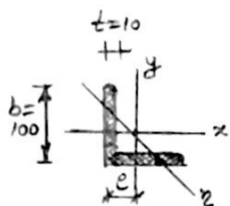
$$P = F_{BC} = F / \cos \alpha = \begin{cases} D = 400 \text{ kN} \\ L = 35 \end{cases}$$

$$1.4D \rightarrow P_u = 560 \text{ kN}$$

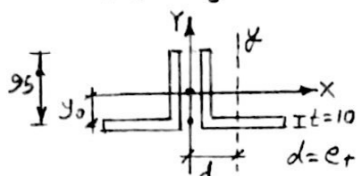
$$1.2D + 1.6L \rightarrow P_u = 536$$

$$P_u = 560 \text{ kN}$$

کام ۱) تعیین مشخصات مقطع



$$L_{100 \times 100 \times 10} \begin{cases} A_1 = 19.2 \text{ E2 mm}^2 \\ r_x = r_y = 30.4 \text{ mm}, r_z = 19.5 \text{ mm} \\ e = 28.2 \text{ mm} \end{cases}$$



$$2L_{100 \times 100 \times 10} \begin{cases} A_g = 2A_1 = 38.4 \text{ E2 mm}^2, r_x = r_x = 30.4 \text{ mm}, r_y = \sqrt{r_x^2 + d^2} = 45.76 \text{ mm} \\ y_o = e - \frac{t}{2} = 23.2 \text{ mm}, x_o = 0 \\ r_o^2 = x_o^2 + y_o^2 + \frac{I_x + I_y}{A_g} = x_o^2 + y_o^2 + r_x^2 + r_y^2 = 3556 \text{ mm}^2 \\ H = 1 - \frac{y_o^2 + y_o'^2}{r_o^2} = 0.85, J = \frac{1}{3} \sum b_i t_i^3 = \frac{1}{3} \times 4 \times 95 \times 10^3 = 12.67 \text{ E4 mm}^4 \end{cases}$$

کام ۲) کنترل کماتش موضعی

$$\frac{b}{t} = \frac{100}{10} = 10 \leq 0.45 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 12.1 \text{ O.K.} \rightarrow \text{مقطع غیر لانه}$$

کام ۳) کنترل کماتش خمشی

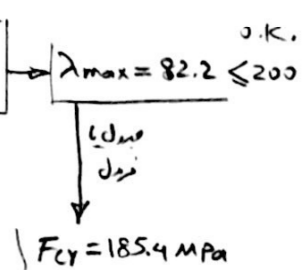
$$\lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = 82.2$$

$$\lambda_y = \frac{K_y \cdot L}{r_y} = 54.6$$

$$\lambda_1 = \frac{L_1}{r_1} = \frac{850}{r_2} = 43.6 > 40 \text{ اتصالات جوشی}$$

$$\lambda_{\text{eff}} = \sqrt{\lambda_F^2 + \left(\frac{K_i \cdot L_1}{r_i}\right)^2} = 58.8$$

جفت نبشی  
جفت نبشی



$$P_n = F_{cr} \cdot A_g = 711.9 \text{ kN}, P_u = 560 \text{ kN} \leq \phi_c \cdot P_n = 640.7 \text{ O.K.}$$

کنترل کماتش خمشی تک منحنی در فاصله بین لبته ها

$$\lambda_1 = \frac{L_1}{r_1} = 43.6 \leq \frac{3}{4} \lambda_{\text{max}} = 61.65 \text{ O.K.}$$

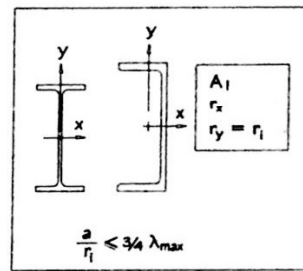
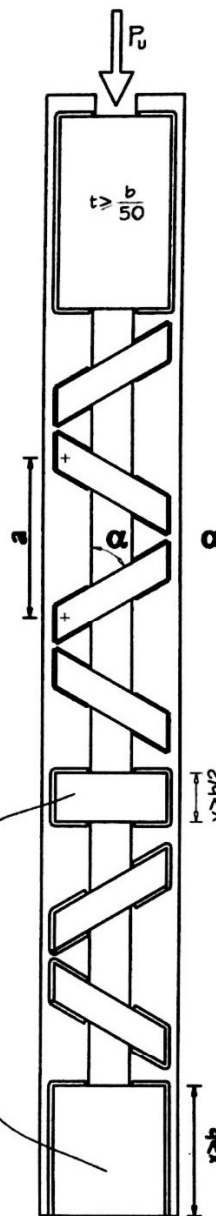
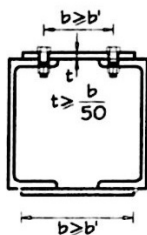
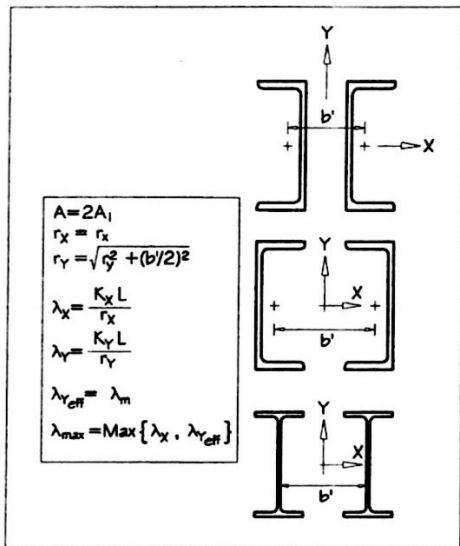
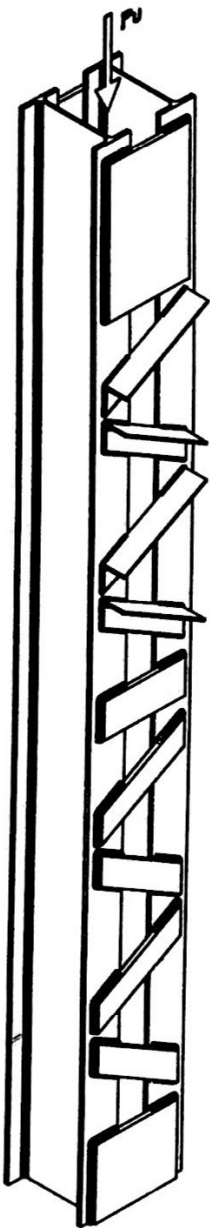
کام ۴) کنترل کماتش پیچشی (پیچشی - خمشی)

$$\tilde{F}_{cr} = \left( \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \right) \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 F_{ey} \cdot F_{ez} \cdot H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right]$$

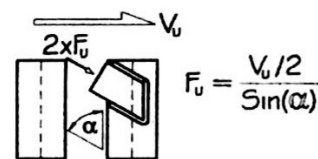
$$\lambda_{\text{eff}} = 58.8 \rightarrow F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{\text{eff}}^2} = 570.9 \text{ MPa} \text{ و } F_{ez} = \frac{GJ}{A_g \cdot r_o^2} = \frac{76923 \times 12.67 \text{ E4}}{38.4 \text{ E2} \times 3556} = 713.7 \text{ MPa}$$

$$\tilde{F}_{cr} = 452.9 \rightarrow \tilde{P}_n = \tilde{F}_{cr} \cdot A_g = 1739.2 \text{ kN}$$

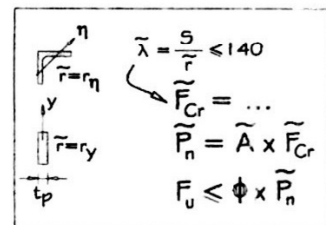
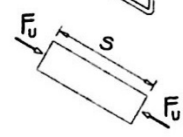
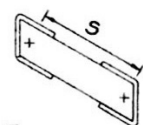
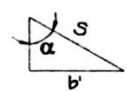
$$P_u = 560 \leq \phi_c \cdot \tilde{P}_n = 1565.3 \text{ O.K.}$$



$$V_u = \bar{V}_u + 0.02 P_u \phi_c P_r$$

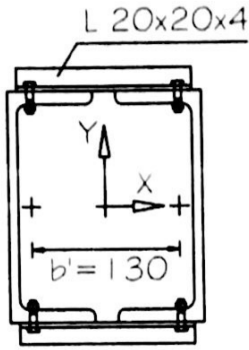


$\alpha \geq 60$



**Built-Up Column with Single Lacing**

مثال - ستون با بایت مورب تکلی



ستون به ارتفاع  $L=4m$  و مقطع 2UNP-200 بایت های مورب تکلی مطابق شکل در صورت کنترل کنید.  $K_x=K_y=1.0$  و  $F_y=235 MPa$  اتصال بیعی انگاری بار نهایی وارد بر ستون (نیاز خلوت فضای)  $P_u=1000 KN$  است.

کام ۱) بار نهایی، اتصال، ترکیب بار نهایی ✓

کام ۱) محاسبه مشخصات مقطع:

UNP 200  $\left\{ A_1 = 32.2 E2 mm^2, r_x = 77 mm, r_y = 214 mm \right.$

2UNP 200  $\left\{ A_g = 2A_1 = 64.4 E2 mm^2, r_x = r_x = 77 mm, r_y = \sqrt{r_y^2 + (b'/2)^2} = 68.4 mm \right.$

کام ۲) کنترل کمانش خمشی:

$\lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = 51.9$  و  $\lambda_y = \frac{K_y \cdot L}{r_y} = 58.5$

$S = b'/2 \cdot \alpha = 143.4 mm$

$\frac{a}{2} = b'/2 \cdot \alpha = 60.6 \rightarrow \alpha = 121.2 mm = L_1 \rightarrow \lambda_1 = \frac{L_1}{r_1} = \frac{L_1}{r_y} = 5.7$

$\lambda_{yeff} = \lambda_m = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} = 58.8$

$\lambda_{max} = \max\{\lambda_x, \lambda_{yeff}\} = 58.8 \leq 200$  O.K.

$\phi_{cr} \rightarrow F_{cr} = 197.8 MPa \rightarrow P_n = F_{cr} \cdot A_g = 1273.8 KN$

$P_u = 1000 KN \leq \phi_c \cdot P_n = 1146.4$  O.K.

$\lambda_1 = 5.7 \leq \frac{3}{4} \lambda_{max} = 44.1$  O.K. - کنترل کمانش موضعی تک ستون:

کام ۳) کنترل بایت:

$V_u = \bar{V}_u + 0.02 \phi_c P_n = 0 + 0.02 \times 0.9 \times 1273.8 \Rightarrow V_u = 22.9 KN$

$F_u = \frac{V_u / 2}{\sin \alpha} = 12.6 KN$

L20x20x4  $\left\{ \bar{A} = 1.45 E2 mm^2, \bar{r} = r_2 = 3.6 mm \right\}$

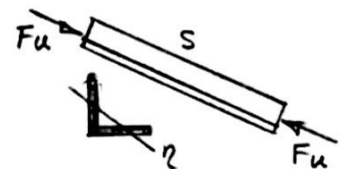
$\bar{\lambda} = \frac{S}{\bar{r}} = 39.8 \leq 140$  O.K.

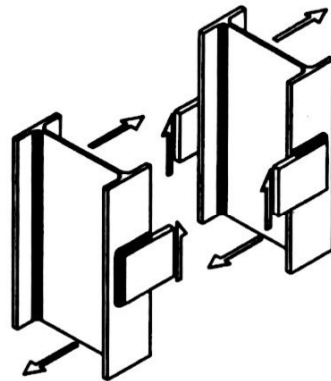
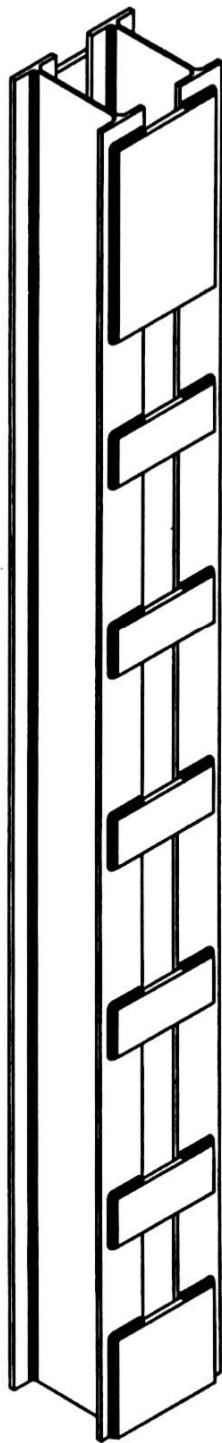
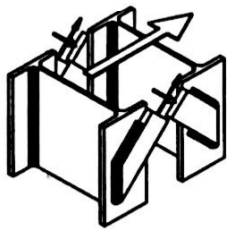
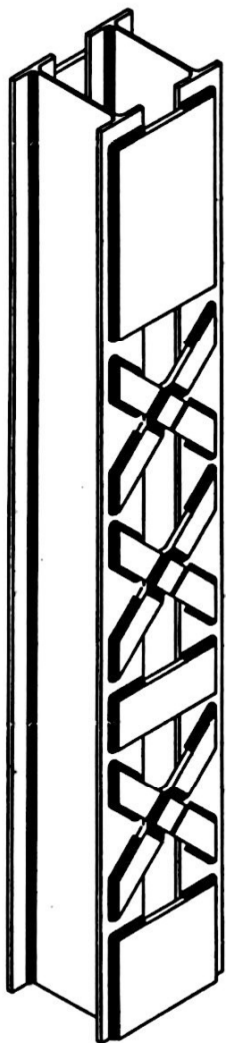
$\phi_{cr} \rightarrow \bar{F}_{cr} = 217.2 MPa \rightarrow \bar{P}_n = \bar{F}_{cr} \cdot \bar{A} = 31.5 KN$

$F_u = 12.6 \leq \phi_c \cdot \bar{P}_n = 28.4 KN$  O.K.

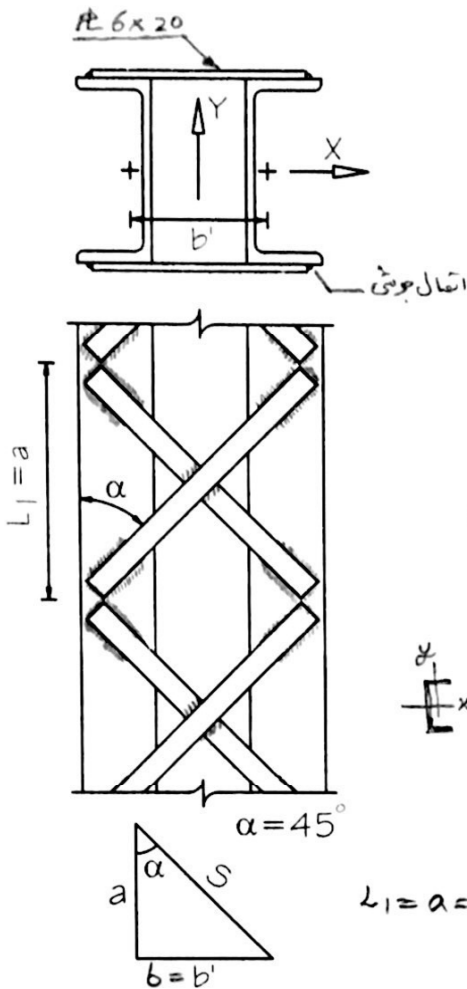
کام ۴) کنترل کمانش بیجشی (بیجشی - خمشی)

کام ۵) کنترل کمانش موضعی





مثال - ستون با بست مورب (ضربدری)



ستون با مقطع 2 UNP به ارتفاع  $L = 3.5 \text{ m}$  مطابق شکل زیر تحت اثر بار مرده  $P_u = 800 \text{ kN}$  عملرود. خلوص طبع مقطع و بست ها از فولاد با

$F_y = 355 \text{ MPa}$  ،  $K_x = 1.3$  و  $K_y = 1.0$  و  $b = b' = 100 \text{ mm}$

گام ۵) بارگذاری، تحلیل، ترکیب بارها. ✓

گام ۱۲) طرح اولیه .  $F_y = 355 \rightarrow F_{cr} = 200 \text{ MPa}$

$P_u = 800 \text{ kN} \leq \phi_c \cdot P_n = 0.9 \cdot F_{cr} \cdot A_g$

ادامه  $A_g = \frac{P_u}{0.9 \cdot F_{cr}} = 4444 \text{ mm}^2 \rightarrow \frac{A_g}{2} = 2222 \text{ mm}^2 \rightarrow \text{UNP160}$

∴ TRY 2 UNP160

$\times \text{ UNP160} \rightarrow A_1 = 24 \text{ E2 mm}^2$  و  $r_x = 62.1 \text{ mm}$  ،  $r_y = 18.9 \text{ mm}$

$2 \text{ UNP160} \rightarrow A_g = 2A_1 = 48 \text{ E2 mm}^2$  ،  $r_x = 62.1 \text{ mm}$

$r_y = \sqrt{r_y^2 + (b/2)^2} = 53.5 \text{ mm}$

$L_1 = a = b = 100 \text{ mm}$  و  $s = \sqrt{2} b = 141 \text{ mm}$

گام ۲) کنترل کمانش موضعی ✓

گام ۳) کنترل کمانش خمی .

$\lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = 73.3$   
 $\lambda_y = \frac{K_y \cdot L}{r_y} = 65.7$  ،  $\lambda_1 = \frac{L_1}{r_1} = \frac{L_1}{r_y} = 5.3 \leq 40 \rightarrow \lambda_{y, \text{eff}} = \lambda_m = \lambda_y = 65.7$

$\lambda_{\text{max}} = 73.3 \xrightarrow{\text{مورد اول}} F_{cr} = 236 \text{ MPa} \rightarrow P_n = F_{cr} \cdot A_g = 1133 \text{ kN}$

$P_u = 800 \text{ kN} \leq \phi_c \cdot P_n = 1020 \text{ O.K.} \rightarrow \therefore \text{USE } 2 \text{ UNP160}$

- کنترل کمانش موضعی تدبیر

$\lambda_1 = 5.3 \leq \frac{3}{4} \lambda_{\text{max}} =$

گام ۴) کنترل بست

$V_u = \bar{V}_u + 0.02 \phi_c P_n = 0 + 0.02 \times 0.9 \times 1133 = 20.4 \text{ kN}$

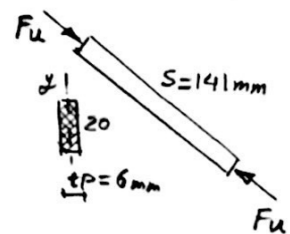
$F_u = \frac{V_u / 4}{\phi_t} = 7.2 \text{ kN}$

$\tilde{r} = r_y = t_p / \sqrt{12} = 1.7 \text{ mm}$

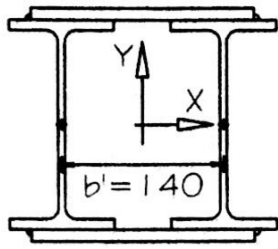
$\tilde{\lambda} = \frac{0.75}{\tilde{r}} = \frac{0.75 \times 141}{1.7} = 58.1 \leq 200 \text{ O.K.}$

$\tilde{F}_{cr} = 275.3 \text{ MPa} \rightarrow \tilde{P}_n = \tilde{A} \cdot \tilde{F}_{cr} = (20 \times 6) \times 275.3 = 33.0 \text{ kN}$

$F_u = 7.2 \leq \phi_t \cdot \tilde{P}_n = 29.7 \text{ kN O.K.}$



شکل ستون با بست افقی



ستون به ارتفاع  $L = 4m$  با مقطع 2 IPE-180 باست های افقی نشان داده شده تحت اثر بار  $P_u = 780 kN$  قرار دارد. با فرض  $K_x = 1.3$  و  $K_y = 1.2$  و  $F_y = 235 MPa$  ستون را کنترل کنید و نیروی برشی و گشتاورهای بست را بدست آورید.

گام ۰) بارگذاری، تحلیل ترکیب بار ص

گام ۱) تعیین مشخصات مقطع

2 IPE 180  $\left\{ A_1 = 23.9 \text{ E2 mm}^2, r_x = 74.2 \text{ mm}, r_y = 20.5 \text{ mm} \right\}$

2 IPE 180  $\left\{ A = 2A_1 = 47.8 \text{ E2 mm}^2, r_x = r_y = 74.2 \text{ mm} \right.$   
 $\left. r_y = \sqrt{r_y^2 + (b/2)^2} = 72.9 \text{ mm} \right.$

گام ۲) کنترل کمانش موضعی ✓

گام ۳) کنترل کمانش خمی

$\lambda_x = \frac{K_x \cdot L}{r_x} = 70.1$

$\lambda_y = \frac{K_y \cdot L}{r_y} = 65.8$

$\lambda_1 = \frac{L_1}{r_1} = \frac{L_1}{r_y} = \frac{900}{20.5} = 43.9 > 40 \rightarrow$

$\lambda_{yeff} = \lambda_m = \sqrt{\lambda_y^2 + \left(\frac{K_i \cdot a}{r_i}\right)^2}$   $\frac{K_i = 0.86}{L_i = a, r_i = r_1 = 20.5} \rightarrow \lambda_{yeff} = 75.9$

$\lambda_{max} = \text{Max} \{ \lambda_x, \lambda_{yeff} \} = 75.9 \rightarrow$

بر اساس جدول  $F_{cr} = 176.3 \text{ MPa} \rightarrow P_n = F_{cr} \cdot A_g = 842.7 \text{ kN}$

$P_u = 780 \leq \phi_c \cdot P_n = 758.4 \text{ kN}$  N.G.

کنترل کمانش یک طرفه در فاصله  $L_1$ .

$\lambda_1 = \frac{L_1}{r_1} = 43.9 \leq \frac{3}{4} \lambda_{max} = 56.9$  O.K.

گام ۴) طرح بست و جوش اتصال آن به ستون

$V_u = \bar{V}_u + 0.02 \phi_c P_n = 0 + 0.02 \times 0.9 \times 842.7 = 15.2 \text{ kN}$

$T_{u1} = \frac{V_u \cdot a}{2b} = \frac{15.2 \times 900}{2 \times 140} = 48.9 \text{ kN}$

$M_{u1} = \frac{V_u \cdot a}{4} = 3.42 \text{ kN.m}$

مقطع بست  $\left[ \right]$  با این قائم به عمل برش  $T_{u1}$  و گشتاور خمی  $M_{u1}$  باشد به سبب نیروها را هم ستون

جوش اتصال بست به ستون  $\left[ \right]$  با این قائم به عمل برش  $T_{u1}$  و گشتاور  $M_{u1}$  باشد به سبب اتصالات طویل شود

گام ۵) کنترل کمانش پیوستگی (پیوستگی - خمی)