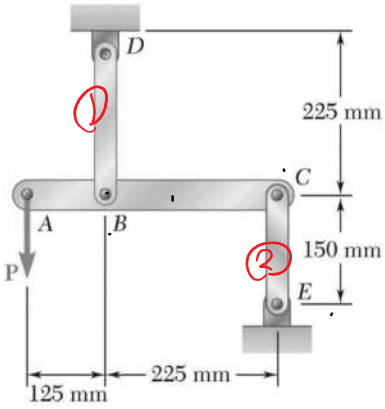
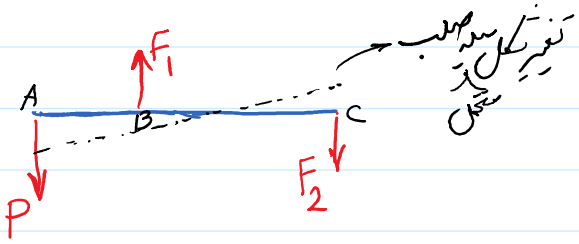
جلسه ۱۵- مثال نیروی محوری

دوشنبه, ۵ اردیبهشت ۱۴۰۱ ۰۱:۵۵ ب.ظ

مثال ۵: محاسبه تغییرمکان نقطه ای خاص از سیستم



در سیستم روبرو، تسمه BD از جنس برنج ($E=105\ GPa$) با سطح مقطع $240\ mm^2$، تسمه CE از جنس آلومینیم ($E=72\ GPa$) با سطح مقطع $300\ mm^2$ می باشد. تکیه گاه ABC صلب است. حداکثر مقدار نیروی P چقدر می تواند باشد، به طوریکه جابجایی نقطه A از $0.35\ mm$ تجاوز نکند.



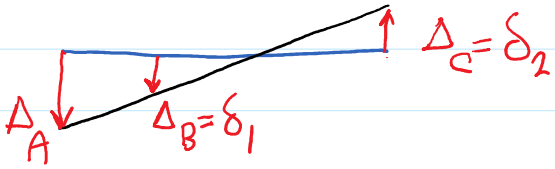
تغییر شکل میله صلب

① گام اول: ترسیم نیروهای وارد بر میله صلب

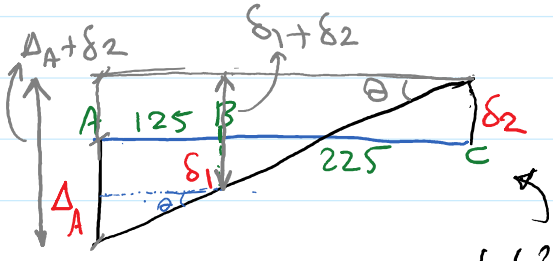
$$\uparrow \sum F_y = 0 \longrightarrow F_1 - F_2 - P = 0 \quad (1) \qquad F_1 = 1.56P$$

$$\circlearrowleft \sum M_B = 0 \longrightarrow P \times 125 - F_2 \times 225 = 0 \quad (2) \longrightarrow F_2 = 0.56P$$

② گام دوم: رسم دیاگرام تغییر شکل سیستم



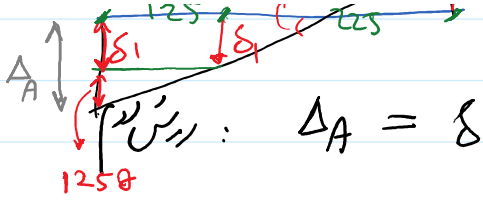
③ گام سوم: استخراج رابطه بین تغییر مکان نقطه مورد نظر با تغییر طول امتدای محوری (از روی هندسه)



روش اول:

$$\theta = \frac{\delta_1 + \delta_2}{225} = \frac{\Delta_A + \delta_2}{125 + 225}$$

$$\frac{\delta_1 + \delta_2}{225} = \frac{\Delta_A + \delta_2}{350} \longrightarrow \Delta_A = \checkmark$$



رابطه A

روش سوم: $\Delta_A = \delta_1 + 125\,\theta = \delta_1 + \frac{125}{225}(\delta_1+\delta_2)$

④ گام چهارم: محاسبه δ_1 و δ_2 توسط رابطه نیروی

$$\delta_1 = \frac{F_1 L_1}{E_1 A_1} = \frac{1.56P \times 225}{105\times10^3 \times 240} = 13.9\times10^{-6}P$$

$$\delta_2 = \frac{F_2 L_2}{E_2 A_2} = \frac{0.56P \times 150}{72\times10^3 \times 300} = 3.85\times10^{-6}P$$

در این قسمت، با توجه به تغییر شکل سیستم هر دو نیروی F_1 و F_2 کشش هستند

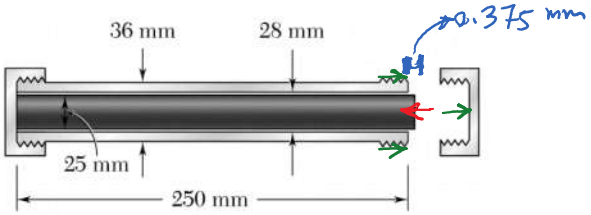
⑤ گام پنجم: تلفیق گام ③ و ④:

$$\Delta_A = \delta_B + 125\theta = 13.9\times10^{-6}P + 125\left(\frac{13.9+3.85}{225}\right)\times10^{-6}P$$

در این سوال Δ_A داده شده، P خواسته شده است.

$$\Delta_A = 0.35\ mm = 23.75\times10^{-6}P \longrightarrow \boxed{P = 14.74\ kN}$$

مثال ۶: ارتباط تغییرشکل و نیروی محوری



تیوب آلومینیمی ($E = 70\ GPa$) به طول 250 mm و قطر بیرونی 36 mm و قطر داخلی 28 mm در انتهای خود یک سر رزوه شده با گام‌های 1.5 mm دارد که توسط مهره بسته می‌شود. در داخل آن یک میله برنجی ($E = 105\ GPa$) به قطر 25 mm قرار دارد که طول آن اندکی بزرگتر از تیوب است. برای اینکه مهره در پوشش کاملا بسته شود، لازم است مهره $\frac{1}{4}$ دور از آخرین حرکت آزاد خود چرخانده شود. الف) تنش نرمال میانگین ایجاد شده در تیوب و میله را محاسبه کنید. ب) تغییر طول تیوب و میله را حساب کنید.

نیروی فشاری وارد بر میله برنجی از طرف درپوش = نیروی کششی وارد بر تیوب آلومینیمی از طرف درپوش

وقتی مهره از آخرین حرکت آزاد خود برابر $\frac{1}{4}$ دور سفت می‌شود، یعنی: $\frac{1}{4} \times 1.5^{mm} = 0.375^{mm}$

بر روی تیوب (رزوه‌ها) حرکت می‌کند. این حرکت باعث فشرده شدن میله، کشیده شدن تیوب می‌شود.

mirjalili surface at
۰۹:۵۹ ۱۴۰۱/۰۲/۰۵
قرظ

ارتباط 0.375^{mm} با تغییر طول میله و تیوب چیست؟

① (مجموع کشیدگی تیوب با فشردگی میله) $= 0.375\ mm$

$$\delta_{\text{تیوب}} + |\delta_{\text{میله}}| = 0.375\ mm$$

② $$\delta_{\text{تیوب}} = \left(\frac{PL}{EA}\right)_{\text{تیوب}} = \frac{P \times 250\ mm}{70 \times 10^3 \left(\frac{N}{mm^2}\right) \times \frac{\pi}{4}(36^2 - 28^2)\ mm^2} = 8.88 \times 10^{-6}\ P$$

③ $$\delta_{\text{میله}} = \left(\frac{PL}{EA}\right)_{\text{میله}} = \frac{-P \times 250\ mm}{105 \times 10^{-3} \left(\frac{N}{mm^2}\right) \times \frac{\pi}{4} \times 25^2\ mm^2} = -4.85 \times 10^{-6}\ P$$

① ② ③ $\longrightarrow$ $(8.88 + 4.85) \times 10^{-6} P = 0.375$

$$\boxed{P = 27.3\ kN}$$

@ $$\sigma_{\text{تیوب}} = \frac{P}{A_{tube}} = \frac{27.3 \times 10^3}{\frac{\pi}{4}(36^2 - 28^2)} = 67.9\ MPa$$

$$\sigma_{\text{میله}} = \frac{P}{A_{\text{میله}}} = \frac{-27.3 \times 10^3}{\frac{\pi}{4} \times 25^2} = -55.6\ MPa$$

(b) $$\delta_{\text{تیوب}} = \left(\frac{PL}{EA}\right)_{\text{تیوب}} = 8.88 \times 10^{-6} \times 27.3 \times 10^3 = 0.242\ mm$$

$$\delta_{\text{میله}} = \left(\frac{-PL}{EA}\right)_{\text{میله}} = -4.85 \times 10^{-6} \times 27.3 \times 10^3 = -0.132\ mm$$

$$\delta_{\text{سیم}} = \left(\frac{-PL}{EA}\right)_{\text{سیم}} = -4.85\times10^{-6} \times 27.3\times10^{3} = -0.132 \text{ mm}$$